CONCOURS D'ENTRÉE A L'EAMAC SESSION 2008	ÉPREUVE DE PHYSIQUE
NIVEAU TECHNICIEN SUP, TECHNICIEN & CNA	DURÉE : 3 HEURES

Exercice n°1

L'espace vide est rapporté à un repère orthonormé direct $R\left(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\right)$. Dans cet espace règne un champ de pesanteur terrestre g supposé uniforme. Un projectile est lancé à partir du point O avec une vitesse $V_0 = 200 m.s^{-1}$ faisant un angle θ avec l'axe horizontal $(O, \vec{e}_x)$. On rappelle que $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ définit le plan horizontal. Le projectile est soumis uniquement à son poids.

1) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au projectile, établir les équations horaires du mouvement, suivant les axes du plan contenant le projectile. En déduire la nature du mouvement.
2) Calculer, pour une cible placée au point C se situant à une distance $\overline{OC} = d = 2500 \text{m}$ du point O sur l'axe $(O, \vec{e}_x)$:
   a) Les angles de tir possibles pour atteindre la cible ;
   b) L'altitude maximale atteinte par le projectile ;
   c) La durée minimale de tir ;
   d) La vitesse lors de la collision du projectile avec la cible.

Exercice n°2

Partie A

On considère un dipôle série (R, L, C) aux bornes duquel on applique une tension sinusoïdale de valeur efficace constante et à fréquence N variable. La bande passante à trois décibels

« -3db » du circuit RLC correspond aux fréquences pour lesquelles l'intensité $I(N)$ est supérieur à $\frac{I(N_0)}{\sqrt{2}}$ où $I(N_0)$ l'intensité efficace à la résonance.

1) Déterminer les fréquences N_1 et N_2 limitant cette bande passante. Et en déduire la largeur de la bande notée $\Delta N = N_2 - N_1$.

2) L'acuité de la résonance est caractérisée par une grandeur appelée facteur de qualité du circuit RLC noté Q défini par le rapport de la fréquence à la résonance N_0 par la largeur de la bande passante.

   a) Donner l'expression de Q.

   b) Donner l'allure de la courbe de résonance et dire quelle est l'influence de la résistance R sur la qualité de cette courbe ?

Partie B

On considère un dipôle série (R, L, C) aux bornes duquel est appliqué une tension sinusoïdale de valeur efficace U_{eff}=24V.

1) Déterminer pour la fréquence de résonance d'intensité N_0 et pour la fréquence N = 50Hz :

   a) l'intensité efficace du courant

   b) la puissance apparente

   c) la puissance moyenne consommée

2) Pour quelles fréquences la puissance moyenne consommée vaut-elle la moitié de celle absorbée à la résonance ?

3) A la résonance, faire le rapport entre l'énergie accumulée et l'énergie dissipée par effet Joule pendant chaque période et exprimer ce rapport en fonction du facteur de qualité du circuit.

Données : R = 20 Ω ; L= 0,5H ; C = 5µF.

CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE DE TECHNICIEN SUPERIEUR
DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE
ET DE L'AVIATION CIVILE
SESSION 2008
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
DUREE : 3 H

Exercice 1

Soit un plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$: 4 cm. Au point M d'affixe $z = x + yi$ est associé, s'il existe, le point M' d'affixe

$$z' = \frac{z + \overline{z} - i}{z - i\overline{z}}$$

1° On définit ainsi les fonctions f et T, telles que : $z' = f(z)$ et $M' = T(M)$.
Préciser les ensembles de définition de f et T.
2° Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$$f(z) = i.$$

3° Calculer (x', y'), coordonnées de M' en fonction de (x, y), coordonnées de M.
4° Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que M' ait une affixe imaginaire pure.
5° Démontrer que, si $|z'| = \sqrt{2}$, alors :

$$4y^2 - 8xy - 1 = 0.$$

Exercice 2

1° On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{1}{3}\left(n^2 + n\right).$$

a) Calculer u_1, u_2 et u_3. Calculer u_n et u_{n+1} en fonction de n.
b) En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
2° On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$P_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n = \frac{1}{3^{n^2+n}}.$$

a) Calculer v_1, v_2 et v_3. Calculer v_n et v_{n+1} en fonction de n.
b) En déduire que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.

Exercice 3

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2}.$$

1° Quel est le domaine de définition E de f?

2° a) Déterminer la fonction dérivée de f.

b) Montrer que la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f'(x) = 0$ se ramène à la recherche des points d'intersection de la courbe Γ_1 d'équation $y = \ln x$ et de la courbe Γ_2 d'équation $y = \frac{1+x^2}{3x^2-1}$. $= \ln x$

c) Tracer Γ_1 et Γ_2 sur un même graphique, et montrer qu'il existe deux réels x_1 et x_2 tels que

$$f'(x_1) = f'(x_2) = 0.$$

d) Montrer que :

$$0 < x_1 < \frac{1}{\sqrt{3}} < 1 < x_2 < 2.$$

3° Etudier le sens de variation de la fonction f.

4° Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x), \quad \lim_{x \to 0} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}.$$

5° Représenter graphiquement la fonction f. On précisera les points d'abscisses respectives 1, 2, 3 et 4 (On prendra pour unités : 2 cm en abscisse, et 20 cm en ordonnées).