CONCOURS EAMAC - mai 2015 – cycle T & TS - Mathématiques

Exercice 1 : 7 points

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher. On effectue 3 tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante : Si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne. Si elle est blanche, on ne la remet pas.

On considère les événements suivants :
A= « seule la première boule tirée est blanche »
B= « seule la deuxième boule tirée est blanche »
C= « seule la troisième boule tirée est blanche »

1) Calculer les probabilités des événements A, B et C.
2) En déduire la probabilité qu'on ait tiré une seule boule blanche à l'issue des trois tirages.
3) Sachant que l'on a tiré exactement une boule blanche, quelle est la probabilité que cette boule ait été tirée en dernier ?

Exercice 2 : 6points

A) Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 + 1 - \ln x}{x}$

Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $\boldsymbol{g(x) = x^2 + \ln x - 2}$

1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que $1{,}30 < \alpha < 1{,}35$.

b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

B) Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : 2cm)

1) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

2) Tracer la courbe (C).

Exercice 3 : 4 points

Linéariser $f(x) = 4\sin^2(x)\cos^2(x)$ et donner une primitive de f

Exercice4 : 3 points

Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + z\,i\sin x - \frac{1}{4} = 0\,,\; 0 < x < \frac{\pi}{2}$$