



**INSTITUT SUPERIEUR DE TECHNOLOGIE
D'AFRIQUE CENTRALE**

Concours d'entrée 2nd CYCLE – Mai 2010

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Nombre de pages : 2

Durée : 3 heures

Calculatrices : Autorisées

Documents : Interdits

**SUJET A RENDRE A LA FIN DE
L'EPREUVE**

COMMENCEZ par inscrire vos noms et prénoms, le centre de passage de l'examen et le numéro de votre place sur chaque copie que vous rendrez.

Les surveillants ont pour consigne d'exclure du concours tout candidat qui tente de vouloir copier sur un de ses voisins, d'accéder à des documents quels qu'ils soient, ou d'écrire avant le signal de départ ou après le signal de fin de l'épreuve

Consignes Particulières : une attention particulière doit être portée à la présentation et à l'orthographe

Exercice I (7 Points)

1. Montrer que l'expression $A(x, y) = \frac{x+2y}{(x+y)^2}dx + \frac{ydy}{(x+y)^2}$ est la différentielle d'une fonction U. Déterminer U. (4 Pts)
2. Calculer la dérivée de la fonction implicite $y=f(x)$ définie par

$$x = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}). \text{ Quelle est sa valeur lorsque } y=0 ? \text{ (3 pts)}$$

Exercice II (8 Points)

1. Résoudre $y'' + 4y' + 3y = 0$ et déterminer la fonction f solution sachant que la représentation graphique de f passe par le point A $(0, \frac{1}{2})$ et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe Ox. (3 pts)
2. Développer en série de Fourier la fonction f périodique de période 2π définie par $\forall x \in [-\pi, \pi], f(x) = x^2$.

$$\text{En déduire que } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \text{ (5 pts)}$$

Problème (15 Points)

Une usine de montage utilise des roulements provenant de deux entreprises de mécanique, l'une située à Douala, l'autre à Yaoundé. Son stock de roulements provient à $\frac{40}{100}$ de l'entreprise de Douala dont $\frac{4,5}{100}$ de la Production inutilisable. Le reste provient de l'entreprise de Yaoundé qui fournit $\frac{2}{100}$ de roulements inutilisables.

Partie A

1. On prélève au hasard un roulement dans le stock. (1*3=3 points)
 - a) Déterminer la probabilité qu'il soit utilisable, sachant qu'il provient de Douala
 - b) Déterminer la probabilité qu'il soit utilisable, sachant qu'il vient de Yaoundé
 - c) En déduire que la probabilité qu'il soit utilisable est 0,97
2. On prélève dans le stock, successivement et au hasard, dix roulements. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de ceux qui sont utilisables. On assimilera de prélèvement à un tirage avec remise. (1,5*2=3 pts)
 - a) Quelle est la loi de probabilité de X ? Préciser les paramètres.
 - b) Déterminer, au centième près par excès, la probabilité que sur ces dix roulements, neuf au moins soient utilisables.
3. On prélève dans le stock 100 roulements, successivement et au hasard. On note Y le nombre de ceux qui sont utilisables. On assimilera ce prélèvement à un tirage avec remise. Ainsi, Y suit une loi binomiale de paramètres 100 et 0,03 : on approche cette loi par une loi de poisson. (1+2=3 pts)
 - a) Déterminer le paramètre de cette loi de Poisson.
 - b) Déterminer la probabilité que moins deux roulements soient utilisables. On donnera un résultat arrondi au centième.

Partie B

On étudie dans cette partie de diamètre des roulements. On note D la variable aléatoire qui, à chaque roulement, associe son diamètre en millimètres. On admet que D suit une loi normale de moyenne 23,65 et d'écart type 0,02. (2*3=6 pts)

1. On choisit au hasard un roulement. Quelle est la probabilité que son diamètre appartienne à l'intervalle $[23,65; 23,7]$?
2. Soit h un nombre réel. Déterminer h tel que $P(23,65-h \leq D \leq 23,65 + h) = 0,90$. On donnera un résultat arrondi au millième.
3. En déduire un intervalle I tel que les diamètres des roulements de la production aient la probabilité 0,9 de lui appartenir.