REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE MAROUA

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF MAROUA

ECOLE NORMALE SUPERIEUR DE MAROUA (ENSM)

CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE SESSION DE 2012

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : MATHEMATIQUES

Exercice 1 :

Soient A,B,C et D quatre points distincts de l'espace.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales si et seulement si
$$\mathbf{AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2}$$
2. On considère un tétraèdre ABCD tel que la droite (AD) soit orthogonale à (CB). Montrons que (BD) est orthogonale à (AC)

Exercice 2 :

1. Montrer que $5^{2n} - 3^n$ est divisible par 11.
2. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ puis dans $\mathbb{N}$ le système : $\begin{cases} x \equiv 5[8] \\ x \equiv 4[11] \end{cases}$
3.
a. Déterminer (x_0, y_0) solution se l'équation $45x - 19y = 0$
b. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $45x - 19y = 7$

Exercice 3 :

1. Un endomorphisme f du plan vectoriel $\vec{P}$ vérifie $f \circ f = \hat{\theta}$ où $\hat{\theta}$ est l'endomorphisme nul.
Montrer que $\mathrm{Im}f \subset \mathrm{Ker}f$ et $g = f + \mathrm{Id}_{\vec{P}}$ est un endomorphisme de $\vec{P}$.
2. Dans un plan $\vec{P}$, un endomorphisme f vérifie $\forall \vec{u} \in \vec{P}, f \circ f(\vec{u}) = -\vec{u}$.
$\vec{v}$ étant un vecteur non nul de $\vec{P}$, montrer que $B = (\vec{v}, f(\vec{v}))$ est une base de $\vec{P}$ et exprimer la matrice de f dans cette base.

Exercice 4 :

On considère les suites , $(V_n)_n$ et $(W_n)_n$ définies respectivement par :
$$\begin{cases} U_0 = 7 \\ U_{n+1} = 2 \times \sqrt[3]{U_n} \end{cases} ;\ V_n = \ln(U_n);\ W_n = \ln\left(V_n - \frac{3\ln 2}{2}\right)$$

1. Démontrer que la suite $(W_n)_n$ est arithmétique de raison $-\ln 3$ et en déduire l'expression de W_n en fonction de n.
2. . En déduire que la suite $(U_n)_n$ est convergente et déterminer sa limite.