

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE MAROUA



REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF MAROUA

ECOLE NORMALE SUPERIEUR DE MAROUA (ENSM)

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : MATHEMATIQUES

Exercice 1 :

a) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} \sqrt{x + \frac{1}{y}} + \sqrt{y + \frac{1}{x}} = 2\sqrt{2} \\ (x^2 + 1)y + (y^2 + 1)x = 4xy \end{cases}$$

b) Résoudre l'équation trigonométrique

$$\frac{8\sin^{-2}x + 1}{\cos^{-2}x + \tan^2x} = \cotan^2x + \frac{4}{3}$$

Exercice 2 :

Soit le nombre complexe $u = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ avec $i^2 = -1$

a) Calculer u^2 et u^4 . Calculer le module et un argument de u^4 .

En déduire le module et un argument de u

b) On considère un plan P muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnées (x, y) , on associe son affixe $z = x + iy$.

Déterminer l'ensemble des points M de P pour lesquels le module du produit $uz = 8$.

Problème :

A. Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{1-x}}$$

1. Dresser le tableau de variation de f .

2. Soit Γ_1 la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à la courbe Γ_1 au point d'abscisse $\frac{1}{2}$. Tracer Γ_1 et la droite T .

3. Sur le même graphique, tracer Γ_2 courbe symétrique de Γ_1 par la symétrie orthogonale d'axe Ox .
4. Soit $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Montrer que Γ a pour équation $x(x^2 + y^2) - y^2 = 0$ (E).

B. Interprétation géométrique :

I est le point de coordonnées $(1,0)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (C) est le cercle de diamètre $[OI]$ et (Δ) est la tangente à C au point I . soit (D) la droite passant par O de coefficient directeur t , $t \in \mathbb{R}$.

1.
 - a) Déterminer les coordonnées de M tel que $(C) \cap (D) = \{O, M\}$
 - b) Déterminer les coordonnées de M' tel que $\Gamma \cap (D) = \{O, M'\}$
 - c) Déterminer les coordonnées de N tel que $\Delta \cap (D) = \{N\}$

2. Montrer que $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{MN}$.

3. Déterminer l'intersection de Γ et de (C) .

C. Propriétés géométriques :

Soit M un point de C , N le point d'intersection de (OM) et de (Δ) et M' le point d'intersection de (OM) et Γ . On considère le point P tel que $OINP$ soit un rectangle.

1. Montrer que les triangles IMN et $OM'P$ se transforment par une symétrie centrale à déterminer.
2. En déduire que le triangle $PM'N$ est rectangle.
3. Soit F le symétrique de I par rapport à O . on considère la parabole Ω de foyer F et de directrice (Δ) . La droite (FP) coupe (Δ) en R .
Construire géométriquement le point K de Ω qui se projette orthogonalement en R sur A .