

DEVOIR MAISON n° 1

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1. Étudier la parité de la fonction f .
2. a) Déterminer les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.
b) Que peut-on en déduire pour la courbe C représentative de la fonction f ?
3. Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
4. Montrer que pour tout réel x , $0 < f'(x) \leq 1$.
5. Déterminer une équation de la tangente T à C de coefficient directeur 1.
6. Déterminer une fonction g polynôme du second degré donc la courbe C' admet pour tangente la droite T.

EXERCICE 2

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les courbes \mathcal{H} et \mathcal{P} représentatives des fonctions respectivement inverse et carrée.

Le but de l'exercice est de trouver les tangentes communes aux deux courbes.

Soit A un point de \mathcal{H} d'abscisse a et B un point de \mathcal{P} d'abscisse b .

1. On suppose que la droite (AB) est une tangente commune à \mathcal{H} et \mathcal{P} .
 - a) Montrer que $2b = \frac{-1}{a^2}$.
 - b) Démontrer que la droite (AB) a pour équation $y = 2bx - b^2$.
 - c) En déduire que $\frac{1}{a} = 2ab - b^2$.
 - d) Déterminer les réels a et b .
2. Démontrer qu'il existe une unique droite tangente aux deux courbes \mathcal{H} et \mathcal{P} .
3. Avec GeoGebra :
Tracer les courbes \mathcal{H} et \mathcal{P} : dans la fenêtre de saisie, tapez $y = x^2$ ENTREE, puis $y = 1/x$ ENTREE.
Placer un point sur une des courbes, tracer la tangente à cette courbe en ce point, puis déplacer le point jusqu'à trouver la droite tangente aux deux courbes.
Imprimer la page et la rendre avec le devoir.