

DEVOIR MAISON N° 1

---

On considère la courbe  $C$  d'équation  $y = 1 - x^2$  et le point  $M$  de la courbe  $C$  d'abscisse  $x$ .

PARTIE A

Pour tout réel  $x$ , on note  $f(x)$  la distance  $OM$ .

1. Expliciter la fonction  $f$  et préciser son ensemble de définition.
2. Étudier la parité de la fonction  $f$ .
3. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
4. Étudier les variations de  $f$ .
5. Préciser les extremums de la fonction  $f$  et en quelles valeurs de  $x$  ils sont atteints.
6. Faire la représentation graphique de  $C$  et la position de  $M$  correspondants aux extremums de la fonction  $f$ .

PARTIE B

Pour tout réel  $x$ , on note  $g(x)$  le coefficient directeur ( lorsqu'il existe) de la droite  $(OM)$ .

1. Expliciter la fonction  $g$  et préciser son ensemble de définition.
  2. Étudier la parité de la fonction  $g$ .
  3. Déterminer les limites de la fonction  $g$  aux bornes de son ensemble de définition. Que peut-on en déduire pour la courbe  $\Gamma$  représentative de la fonction  $g$  ?
  4. Étudier les variations de  $g$ .
  5. Dresser le tableau de variations de la fonction  $g$ .
  6. Montrer que la courbe  $\Gamma$  admet une asymptote oblique  $(d)$ , que l'on précisera.
  7. Étudier la position relative de  $\Gamma$  et de  $(d)$ .
  8. A l'aide d'un logiciel, faire la représentation graphique de  $\Gamma$  et des asymptotes.
- BONUS : Existe-t-il des positions de  $M$  telles que la distance  $OM$  égale le coefficient directeur de  $(OM)$  ?