

DEVOIR MAISON N° 1 BRAIN-PREPA (www.brainprepa.com)

On considère le cercle trigonométrique C dans le repère orthonormé $(O ; \overset{1}{i}, \overset{1}{j})$. Le point A a pour coordonnées $(1 ; 0)$. Le point M est un point du cercle d'ordonnée positive et M' un point du cercle tel que le triangle AMM' est isocèle en A . Le but du problème est d'étudier l'aire du triangle AMM' .

Première méthode : On désigne par x l'abscisse commune de M et M' .

1. Quelles sont les valeurs possibles de x ?
2. Montrer que l'aire du triangle AMM' s'exprime en fonction de x par $A(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$.
3. Déterminer x pour que l'aire du triangle AMM' soit maximale.
4. Construire ce triangle et donner les coordonnées cartésiennes des points M et M' .

Deuxième méthode : On désigne par α la mesure principale de l'angle $(\overset{uu}{OA}, \overset{uu}{OM})$.

1. Quelles sont les valeurs prises par α ?
2. Déterminer les coordonnées de M en fonction de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
3. Exprimer l'aire du triangle AMM' en fonction de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$. On note f cette fonction.
4. Montrer que f est dérivable et que $f'(\alpha) = 2(1 - \cos \alpha)(\cos \alpha + \frac{1}{2})$.
5. En déduire les variations de la fonction f .
6. En déduire la valeur de α tel que le triangle AMM' est une aire maximale.
7. Donner les coordonnées polaires de M et M' .
8. Retrouve-t-on les valeurs de la première méthode ?