EXERCICE 1 (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) . On considère les points A, B, C d'affixes respectives $a = 4$, $b = -4\,i$ et $c = -4$.

a) Vérifier que $a - b = -\ i(c - b)$.

b) Que peut-on en déduire sur la nature du triangle ABC ?

c) A tout point M du plan d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$; quelle est la transformation du plan associée ?

d) Calculer les affixes a', b', c' des points A', B' et C' images de A, B, C par cette transformation.

e) Les points P, Q et R sont les milieux des segments [A'B], [B'C], [C'A] et ont pour affixes p, q, r. Calculer p, q, r.

f) Montrer que $r - p = e^{i\frac{\pi}{3}}(q - p)$.

g) En déduire la nature du triangle PQR.

EXERCICE 2 (4 points)

Dans une région ostréicole, on s'intéresse à la production d'huîtres. Une partie de la production est conditionnée par calibre, en bourriche étiquetées : P ((petite), M (moyenne) et G (grande). La probabilité d'erreur lors d'un tri est estimée en fonction de la catégorie de la façon suivante :

Catégorie	P	M	G
Probabilité d'erreur	0,035	0,06	0,045

Par ailleurs , la proportion d'huîtres de chaque catégorie est : pour les petites 13 % ; pour les moyennes 54 % ; pour les grandes 33 %.

a) Dessiner l'arbre de probabilités correspondants.

b) On appelle E l'événement : « une huître a été mal triée ». Calculer la probabilité de E.

c) Quelle est la probabilité qu'une huître soit moyenne sachant qu'elle a été mal triée ?

EXERCICE 3 (5 points)

1. On considère la fonction f définie sur [0 ; 1] par $f(x) = x\ln(x + 1)$.

On admet que pour tout x de [0 ; 1] , on a $x - \dfrac{x^2}{2} \le \ln(x+1) \le x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3}$.

En déduire un encadrement de $f(x)$ sur [0 ; 1] et un encadrement par deux rationnels de $\int_0^1 f(x)dx$.

2. On considère la fonction g définie sur]0 ; +∞ [par $g(x) = \ln(1 + \dfrac{1}{x})$.

a) Montrer que la fonction G définie sur]0 ; +∞ [par $G(x) = (x + 1)\ln(x + 1) - x\ln(x)$ est une primitive de g sur]0 ; +∞ [.

b) En déduire l'intégrale $\int_1^2 g(x)dx$.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère les fonctions f et g définies sur par $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$.

a) Calculer $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$.

b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$. Calculer $I_1 + I_2$. En déduire I_2 .