

DEVOIR MAISON N° 9

EXERCICE 1 : Une boîte contient 6 boules vertes et n boules blanches. Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte. Si les deux boules sont de la même couleur, le joueur gagne 1 euro; si elles sont de couleurs différentes, il perd 1 euro.

1. Dans cette question, on suppose $n = 3$.

Calculer les probabilités d'obtenir: a) Deux boules de la même couleur. b) Deux boules de couleurs différentes.

2. Dans cette question, l'entier n est quelconque supérieur ou égal à 2, et on note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.

a) Exprimer en fonction de n les probabilités des événements ($X = 1$) et ($X = -1$).

b) Montrer que l'espérance mathématique de X , notée $E(X)$ est égale à $\frac{n^2 - 13n + 30}{(n+6)(n+5)}$.

c) Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X) = 0$?

EXERCICE 2 : 1. a) Combien d'équipes de football (11 joueurs) peut-on former avec les 15 joueurs d'une équipe de rugby ?

b) Deux des quinze joueurs se nomment Alpha et Beta. Déterminer le nombre d'équipes de onze joueurs telles que:

- Alpha et Beta sont sélectionnés d'office;
- Alpha et Beta ne joueront pas;
- Alpha ou Beta jouera, mais pas les deux.

c) Quelle vérification peut-on faire ?

2. a) Reprendre la question 1 en supposant cette fois que l'on dispose de n joueurs (dont Alpha et Beta) et que l'on veut former un sous-groupe de p joueurs, avec $2 \leq p \leq n - 2$.

b) En déduire l'égalité suivante: $\binom{n}{p} = \binom{n-2}{p} + 2 \binom{n-2}{p-1} + \binom{n-2}{p-2}$.

c) Retrouver cette formule par le calcul.

EXERCICE 3 : On tire au hasard 3 nombres parmi 15 nombres strictement positifs et 10 nombres strictement négatifs. Quelle est la probabilité que le produit de ces trois nombres soit négatif ?