

DEVOIR MAISON N° 9

EXERCICE 1

1. Déterminer les nombres réels a strictement positifs et les fonctions f définies et continues sur l'intervalle

$[a; +\infty[$ tels que pour tout réel $x > a$, $\int_a^x f(t)dt = 2\ln(x)$.

EXERCICE 2

Soient a et b deux réels strictement positifs vérifiant $a < b$. On considère les droites (d) et (d') d'équation respectives $y = ax$ et $y = bx$.

On considère les hyperboles (H) et (H') d'équation respectives $y = \frac{1}{x}$ et $y = \frac{2}{x}$.

Le point A est le point d'intersection de (d) et (H), B celui de (d') et (H), C celui de (d') et (H'), et D celui de (d) et (H').

1. Faire une figure.
2. Calculer l'aire du quadrilatère curviligne ABCD en fonction de a et b .

EXERCICE 3

Dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unités graphiques : $\|\vec{i}\| = 2$ cm et $\|\vec{j}\| = 4$ cm, déterminer l'aire (en cm²) du domaine plan délimité par la courbe C représentative de la fonction logarithme népérien et les deux tangentes à C aux points d'abscisse 1 et e .

EXERCICE 4

On étudie une culture de bactéries. Le comportement de chaque bactérie est le suivant:

Si à l'instant t , une bactérie vit, à l'instant $t + 1$, cette bactérie peut :

- mourir avec une probabilité p_1 ,
- continuer à vivre avec une probabilité p_2 ,
- se diviser en deux bactéries identiques avec une probabilité p_3 .

De plus, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$.

On suppose que les bactéries présentes dans le milieu de culture se comportent indépendamment les unes des autres.

1. A l'instant t , deux bactéries b_1 et b_2 sont présentes dans le milieu de culture. On appelle X le nombre total de bactéries à l'instant $t + 1$. Déterminer la loi de probabilité de X.

2. On suppose qu'à l'instant $t = 0$, une seule bactérie est présente dans le milieu de culture.

a) A l'aide d'un arbre de probabilité, donner le nombre de bactéries possibles aux instants $t = 1$ et $t = 2$.

b) On désigne par A_1 l'événement « à l'instant $t = 1$, il y a une bactérie »;

B_2 l'événement « à l'instant $t = 2$, il y a deux bactéries ».

Calculer la probabilité de $A_1 \cap B_2$; en déduire la probabilité de B_2 .

c) On appelle Y le nombre de bactéries à l'instant $t = 2$. Déterminer la loi de probabilité de Y.