

DEVOIR SURVEILLE N° 4

EXERCICE 1 (5 points)

Le personnel d'un grand hôpital est réparti en trois catégories : les médecins, les soignants (non médecins) et le personnel AT (administratif ou technique). 12% des personnels sont des médecins et 71% sont des soignants. 67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.

On donnera une valeur approchée de tous les résultats à 10^{-4} près.

1. On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

On note les événements:

M: « la personne interrogée est médecin » ; S: « la personne interrogée est soignant » ; A: « la personne interrogée est un personnel AT » ; F: « la personne interrogée est une femme » ; H: « la personne interrogée est un homme » ;

a) Quelle est la probabilité d'interroger une femme soignante ?

b) Quelle est la probabilité d'interroger une femme médecin ?

2. On sait que 80% du personnel est féminin.

a) Calculer la probabilité d'interroger une femme AT.

b) Réaliser un arbre pondéré et indiquer les probabilités sur les branches.

c) Déterminer la probabilité d'interroger une femme sachant qu'elle fait partie du personnel AT.

EXERCICE 2 (6 points)

On considère une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifiant $f'(x) = f(x)$.

1. Préciser la solution de cette équation différentielle telle que $f(0) = 1$.

2. Montrer que pour tout x réel, $f(x) \geq x + 1$.

3. Montrer que pour tout x réel, $f(x) > 0$.

4. On considère la courbe C représentative de f et M un point de C d'abscisse a .

a) Déterminer une équation de la tangente à C au point M .

b) Soit T le point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses et H le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses. Préciser les coordonnées des points H et T .

c) Montrer que la distance $TH = 1$.

EXERCICE 3 (6 points)

On lance plusieurs fois une pièce de monnaie équilibré.

1. Dans cette question, on lance deux fois la pièce.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir deux piles ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un pile et un face sachant que le premier lancer a donné un pile ?

c) On considère les événements : A : « on a obtenu un pile et un face » ; B : « on a obtenu au plus un pile ».

Calculer la probabilité des événements A , B et $A \cap B$.

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Dans cette question, on lance trois fois la pièce ; on note X = le nombre de piles .

a) Préciser l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X .

b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

c) Déterminer l'espérance mathématique de X .

EXERCICE 4 (3 points)

M. et Mme Dupont et leur trois enfants Christophe, Cécile et Sandrine tirent les rois. La galette a été partagée en cinq parts égales. Sandrine peut être reine si elle obtient elle-même la fève ou bien si un roi la choisit pour reine. M. Dupont choisira sa reine en tirant un nom dans un chapeau contenant les noms des trois reines possibles et Christophe choisira entre Cécile et Sandrine en jouant à pile ou face. Quelle probabilité a Sandrine d'être reine ?

Question subsidiaire : Lors d'un autre tirage des rois, la galette a été partagée en six parts égales. Il est convenu de donner une part à chacun des membres de la famille Dupont, et de partager la sixième part entre les enfants. Pour le reste, le choix de la reine se fait comme précédemment. Quelle probabilité a Sandrine d'être reine, cette fois-ci ?