

DEVOIR MAISON N° 7

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(0) = 1;$$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

$$f(x) = 5x^2 - 2x^2 \ln x - 4x + 1 \quad \text{si } x > 0.$$

Que peut-on en déduire pour la fonction f ?

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. Étudier la dérivabilité de f en 0.

4. Montrer que f est dérivable sur $[0 ; +\infty[$ et déterminer la dérivée $f'(x)$.

5. Montrer que la fonction f' est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et déterminer $f''(x)$.

6. Déterminer le signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f' .

7. Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions α et β sur $[0 ; +\infty[$; en déduire le signe de $f'(x)$. Donner une valeur approchée de α et de β à 10^{-3} près.

8. Déterminer les variations de la fonction f .

9. Déterminer une équation des tangentes à la courbe C représentative de la fonction f en 1 et en 0.