DEVOIR MAISON N° 6 **CENTRE BRAIN-PREPA**

EXERCICE 1 : Un test médical sert à dépister une certaine maladie dans une population donnée. Soit M l'événement : « un individu est atteint de cette maladie » et T l'événement : « le test est positif pour un individu donné ».
Après une étude statistique, on admet les résultats suivants : $P_M(T)=0{,}96$; $P_{\overline{M}}(\overline{T})=0{,}94$; $P(M)=0{,}01$.

a) Exprimer par des phrases chacune de ces égalités.
b) Traduire l'énoncé au moyen d'un arbre. Préciser les différentes probabilités.
c) Calculer la probabilité pour qu'un individu dont le test est positif, soit atteint de la maladie.
d) Calculer la probabilité pour qu'un individu dont le test est positif, soit en bonne santé.

EXERCICE 2 : Trois machines A, B, C produisent respectivement 60 %, 30 %, 10 % du nombre total de boulons fabriqués dans une entreprise. Les pourcentages d'objets défectueux par machine sont respectivement : 2 % , 3 %, 4 %. Dans un lot de boulons, on choisit un objet au hasard : il est défectueux. Quelle est la probabilité que ce boulon ait été fabriqué par la machine C ?

EXERCICE 3 : On considère les polynômes f et g définis par : $f(x)=x-\frac{x^2}{2}$ et $g(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$.

Le but de l'exercice est de démontrer que, pour tout réel $x>0$, on a $f(x)<\ln(1+x)<g(x)$.
a) Soit u la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $u(x)=\ln(1+x)-f(x)$.
Etudier les variations de u et en déduire son signe.
b) Soit v la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $v(x)=\ln(1+x)-g(x)$.
Etudier les variations de v et en déduire son signe.
c) En déduire la double inégalité cherchée.
d) Déterminer alors un encadrement au millième du nombre ln(1,1) par deux rationnels.
e) La double inégalité est-elle encore vraie sur $]-1;0[$?