**DEVOIR SURVEILLE N° 5** **BRAIN-PREPA** ***www.brainprepa.com***

**EXERCICE 1 ( 10 points )**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{u},\vec{v})$ .On considère les points A et B d'affixes respectives $a=-2\sqrt{3}-2i$ et $b=-2\sqrt{3}+2i$ .

a) Calculer les distances OA, OB et AB. En déduire la nature du triangle OAB.

b) On désigne par C l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Déterminer l'affixe $c$ du point C.

c) On désigne par D l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 2. Déterminer l'affixe $d$ du point D.

d) Placer les points A, B, C, D sur une figure (unité graphique : 1 cm).

e) Préciser la nature du triangle BCD en la justifiant.

f) Soit E le symétrique de D par rapport à I, milieu de [BC]. Montrer que le point E est l'image de C dans la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

**EXERCICE 2 ( 10 points )**

On considère la fonction $f$ définie sur IR par $f(x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}$ et $C_f$ sa représentation graphique dans un repère $(O\ ;\ \vec{i},\vec{j})$ .

a) Déterminer les limites de $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$. Préciser les asymptotes à $C_f$ .

b) Montrer que le point K(0 ; $\frac{1}{2}$) est un centre de symétrie de $C_f$ .

c) Etudier les variations de $f$ .

d) Déterminer une équation de la tangente à $C_f$ au point K.

e) Justifier que, pour étudier la position de la tangente T par rapport à la courbe $C_f$ , il suffit d'étudier sur IR le signe de $g(x)$ où $g(x)=2e^x-xe^x-2-x$ .

f) Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$ . Déterminer, en les justifiant les signes de $g''(x)$, $g'(x)$ et $g(x)$ . En déduire la position de T et de $C_f$ .

g) Pour tout réel $a$ strictement compris entre 0 et 1, résoudre l'équation $f(x) = a$ . Ecrire le plus simplement possible la solution de l'équation $f(x) = \frac{1}{3}$ .

---

**CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 5**