CORRECTION DE MATHEMATIQUES 2006

EXERCICE I

I- Calcul de la probabilité des évènements A et B

$P(A)$

$$\boxed{\boldsymbol{P(A) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^3 \cdot C_4^0 \cdot C_4^1 \cdot C_{14}^{10} \cdot C_1^1}{C_{32}^{16}}}}$$

$P(B)$

$$\boxed{\boldsymbol{P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_{27}^{15}}{C_{32}^{16}}}}$$

II- Calcul de la probabilité pour chacune des six zones de fournir le vainqueur final de l'épreuve.

On sait que $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$

$$\Rightarrow P_0 + 4P_0 + \frac{3}{5}P_0 + \frac{8}{5}P_0 + 5P_0 + \frac{1}{5}P_0 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{62}{5}P_0 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_0 = \frac{5}{62}}}$$

On en déduit les valeurs des probabilités des autres zones à partir des relations données dans le tableau.

- **Amérique du sud**

$$P_1 = 4P_0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_1 = \frac{10}{31}}}$$

- **Asie**

$$P_2 = \frac{3}{5}P_0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_2 = \frac{3}{62}}}$$

- **Concacaf**

$$P_3 = \frac{8}{5}P_0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_3 = \frac{4}{31}}}$$

- **Europe**

$$P_4 = 5P_0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_4 = \frac{25}{62}}}$$

- **Océanie**

$$P_5 = \frac{1}{5} P_0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P_5 = \frac{1}{62}}}$$

EXERCICE II

On donne les 2 équations dans $\mathbb{C}$: $2Z^3 - Z^2 + 5Z + 3 = 0 \qquad (E_1)$

$2Z^5 + Z^4 + 6Z^3 + 3Z^2 - 2Z - 1 = 0 \qquad (E_2)$

1°)

Soit Z une solution commune de *(E₁)* et *(E₂)*

On a :

$Z^2 \times (E_1) \Rightarrow \quad 2Z^5 - Z^4 + 5Z^3 + 3Z^2 = 0 \qquad (E_1')$

$(E_1') - (E_2) \Leftrightarrow \quad (2Z^5 - Z^4 + 5Z^3 + 3Z^2) - (2Z^5 + Z^4 + 6Z^3 + 3Z^2 - 2Z - 1) = 0$

$\Rightarrow \quad -2Z^4 - Z^3 + 2Z + 1 = 0$

$\Rightarrow (\boldsymbol{E_3})$: $\boldsymbol{2Z^4 + Z^3 - 2Z - 1 = 0}$.

On a :

$Z \times (E_1) \Rightarrow \quad 2Z^4 - Z^3 + 5Z^2 + 3Z = 0 \qquad (E_1'')$

$(E_1'') - (E_3) \Leftrightarrow \quad (2Z^4 - Z^3 + 5Z^2 + 3Z) - (\, 2Z^4 + Z^3 - 2Z - 1) = 0$

$\Rightarrow \quad -2Z^3 + 5Z^2 + 5Z + 1 = 0$

$\Rightarrow (\boldsymbol{E_4})$: $\boldsymbol{2Z^3 - 5Z^2 - 5Z - 1 = 0}$.

On a :

$(E_4) - (E_1) \Rightarrow \quad (2Z^3 - 5Z^2 - 5Z - 1) - \ (2Z^3 - Z^2 + 5Z + 3) \ = \ 0$

$\Rightarrow \quad -4Z^2 - 10Z - 4 = 0$

$\Rightarrow \quad (\boldsymbol{E_5})$: $\boldsymbol{2Z^2 + 5Z + 2 = 0}$.

2°) Solutions communes de (E_1) et (E_2)

Soit *Z* une solution commune de (E_1) et (E_2). Alors Z vérifie aussi (E_3), (E_4) et (E_5).

Soit (E_5): $2Z^2 + 5Z + 2 = 0$.

Le discriminant de cette équation est

$$\Delta = 5^2 - 4(2)\,(2) = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

Les solutions de l'équation (E_5) sont alors

$$Z_1 = \frac{-5-3}{4} = -2 \ \ et \ \ Z_2 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}$$

Toute solution commune a (E_1) et a (E_2) est solution de (E_3).

Vérifions maintenant parmi les solutions de (E_3)

$$Z_1 = -2 \ \ et \ \ Z_2 = -\frac{1}{2}$$

Celle(s) qui est (sont) solution(s) commune(s) a (E_1) et a (E_2).

On a : $\qquad 2Z_1^3 - Z_1^2 + 5Z_1 + 3 = -27 \neq 0$

Donc Z_1 n'est pas solution de (E_1).

On a : $2Z_2^3 - Z_2^2 + 5Z_2 + 3 = 0$

Donc Z_2 est solution de (E_1)

On a : $2Z_2^5 + Z_2^4 + 6Z_2^3 + 3Z_2^2 - 2Z_2 - 1 = 0$

Donc Z_2 est aussi solution de (E_2).

La seule solution commune à (E_1) et (E_2)

Est donc : $Z_2 = -\frac{1}{2}$

3°)

a. <u>Solutions de</u> (E_1)

Z_2est solution de (E_1), donc on peut trouver les réels a et b et c tels que

$$(E_1) \Leftrightarrow 2(Z - Z_2)(aZ^2 + bZ + c) = 0.$$

On a:

$$2(Z - Z_2)(aZ^2 + bZ + c) = 0 \Leftrightarrow 2aZ^3 + 2bZ^2 + 2cZ - 2aZ_2Z^2 - 2bZ_2Z - 2cZ_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2aZ^3 + (2b - 2aZ_2)Z^2 + (2c - 2bZ_2)Z - 2cZ_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2aZ^3 + (2b + a)Z^2 + (2c + b)Z + c = 0 \text{ Car : } Z_2 = -{}^1/_2$$

Or cette dernière équation est équivalente à (E_1) ; par identification des coefficients, on a :

$$\begin{cases} 2a = 2 \\ 2b + a = -1 \\ 2c + b = 5 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 3 \end{cases}$$

Ainsi, $(E_1) \Leftrightarrow (2Z + 1)(Z^2 - Z + 3) = 0.$

Soit l'équation $Z^2 - Z + 3$, son discriminant est $\Delta = 1 - 4(1)(3) = -11 = \left(i\sqrt{11}\right)^2$ et ses racines sont $Z' = \left(1 - i\sqrt{11}\right)/2$ et $Z'' = \left(1 + i\sqrt{11}\right)/2$

Ainsi, $(E_1) \Leftrightarrow 2\left(Z + \frac{1}{2}\right)\left(Z - \frac{1-i\sqrt{11}}{2}\right)\left(Z - \frac{1+i\sqrt{11}}{2}\right) = 0.$

Les solutions de (E_1) sont donc :

$$\boldsymbol{-\frac{1}{2}; \frac{1 - i\sqrt{11}}{2}; \frac{1 + i\sqrt{11}}{2}}$$

b. <u>Solutions de</u> (E_2)

$Z_2 = -\frac{1}{2}$ est une solution de (E_2), donc il existe 4 réels a, b, c et d tels que

$(E_2) \Leftrightarrow 2(Z + 1/2)(Z^4 + aZ^3 + bZ^2 + cZ + d) = 0$

On a: $2(Z + 1/2)(Z^4 + aZ^3 + bZ^2 + cZ + d) = 0 \Rightarrow$

$2Z^5 + 2aZ^4 + 2bZ^3 + 2cZ^2 + 2dZ + Z^4 + aZ^3 + bZ^2 + cZ + d = 0$

$\Leftrightarrow 2Z^5 + (2a + 1)Z^4 + (2b + a)Z^3 + (2c + b)Z^2 + (2d + c)Z + d = 0$

Cette dernière équation étant équivalente à (E_2), on en identifie les coefficients des mêmes monômes, on a :

$$\begin{cases} 2a+1=1 \\ 2b+a=6 \\ 2c+b=3 \\ 2d+c=-2 \\ d=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=-1 \end{cases}$$

Donc $(E_2) \Leftrightarrow 2(Z + 1/2)(Z^4 + 3Z^2 - 1) = 0$

Soit l'équation $Z^4 + 3Z^2 - 1 = 0$ en posant $X = Z^2$, cette équation devient $X^2 + 3X - 1 = 0$

$$X^2 + 3X - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(X - \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)\left(X - \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(Z^2 + \frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)\left(Z^2 + \frac{3-\sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(Z - i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z + i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z - \sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z + \sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}\right) = 0$$

Donc

$$(E_2) \Leftrightarrow 2(Z + 1/2)\left(Z - i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z + i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z - \sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}\right)\left(Z + \sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}\right) = 0$$

Les solutions de (E_2) sont donc :

$$\boldsymbol{-\frac{1}{2}; i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}; -i\sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}; \sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}; -\sqrt{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}}$$

EXERCICE III

Calcul de l'intégrale

$$\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} x^3 \cdot \sin x^2 dx$$

Posons $u(x) = \frac{1}{2}x^2$ et $v'(x) = 2x\sin x^2$,

On a : $u'(x) = x$ et on peut prendre $v(x) = -\cos x^2$

Ainsi :

$$\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} x^3 \cdot \sin x^2 dx = \int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} u(x) \cdot v'(x) dx$$

$$= [u(x) \cdot v(x)]_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} - \int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} u'(x) \cdot v(x) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}x^2 \cos x^2\right]_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} + \int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} x \cos x^2 \, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}x^2 \cos x^2\right]_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} + \left[\frac{1}{2}\sin x^2\right]_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}}$$

$$= \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] + \left[\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= 0 + \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\pi - 4}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/2}} x^3 \cdot \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{2} \cdot \frac{\pi - 4}{8}\right)}}$$

<u>EXERCICE IV</u>

On donne la fonction f définie par

$$f(x) = (x+1)e^{-\frac{4}{x}}$$

1°) <u>Donnons Df et calculons les limites de f aux bonnes de Df.</u>

$$D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$$

On a :

$$\lim_{x \to -\infty} (x+1) = -\infty \; et \; \lim_{x \to -\infty} e^{-\frac{4}{x}} = 1 \Rightarrow \boldsymbol{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} (x+1) = +\infty \; et \; \lim_{x \to +\infty} e^{-\frac{4}{x}} = 1 \Rightarrow \boldsymbol{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to 0^-} (x+1) = 1 \; et \; \lim_{x \to 0^-} e^{-\frac{4}{x}} = +\infty \Rightarrow \boldsymbol{\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to 0^+} (x+1) = 1 \; et \; \lim_{x \to 0^+} e^{-\frac{4}{x}} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0}$$

2°) <u>Etude des variations de f sur Df et tableau de variation.</u>

f est dérivable sur Df comme produit et composée de fonctions dérivables sur leurs ensembles de définition et sa dérivée est f' telle que $\forall x \in D_f$, on a :

$$f'(x) = e^{-\frac{4}{x}} + (x+1)(4/x^2)e^{-\frac{4}{x}} = \frac{(x+2)^2}{x^2} e^{-\frac{4}{x}}$$

Ainsi, $f'(-2) = 0$ et $\forall x \in \mathbb{R}^* \backslash \{-2\}$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

<u>Tableau de variations de f</u>

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 0	↗	$+\infty$

3°) Points d'inflexions de Cf

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2} e^{-\frac{4}{x}}$ et

$$f''(x) = \frac{2x^2(x+2) - 2x(x+2)^2}{x^4} e^{-\frac{4}{x}} + \frac{(x+2)^2}{x^2} \cdot \frac{4}{x^2} e^{-\frac{4}{x}} = \frac{8(x+2)}{x^4} e^{-\frac{4}{x}}$$

On a $\forall x \in \mathbb{R}^*, \frac{8}{x^4} e^{-\frac{4}{x}} > 0$ donc le signe de $f''(x)$ est celui de $x+2$ ce qui donne :

$f''(-2) = 0$

$\forall x \in]-\infty; -2[\ f''(x) < 0$. Donc C_f est concave sur $]-\infty; -2[$.

$\forall x \in]-2; 0[\ f''(x) > 0$. Donc C_f est convexe sur $]-2; 0[$.

Conclusion, C_f possède un point d'inflexion qui est $I(-2; -e^2)$

4°)

a. Limite de l'expression $(e^u - 1)/u$ quand $u \to 0$

$$\lim_{u \to 0} \frac{e^u - 1}{u} = \lim_{u \to 0} \frac{e^u - e^0}{u - 0} = e^0 = 1.$$

b. Limite de $f(x)/x$ quand x tend vers $+\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{(x+1)}{x} e^{-\frac{4}{x}} = 1$$

c. Asymptote à Cf lorsque x tend vers $+\infty$

On a $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$, calculons alors $\lim_{x \to +\infty} f(x) - x$.

On a $\forall x \in D_f$,

$$f(x) - x = (x+1)e^{-\frac{4}{x}} - x = -4\frac{x+1}{x}\left(\frac{e^{-\frac{4}{x}} - 1}{-\frac{4}{x}} + \frac{-x}{4(x+1)}\right)$$

Or, $\lim_{x \to +\infty} (-4/x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{-\frac{4}{x}} - 1}{-\frac{4}{x}} = \lim_{u \to 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$;

$\lim_{x \to +\infty} \frac{-4(x+1)}{x} = -4$ et $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x}{4(x+1)} = -\frac{1}{4}$

donc $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - x) = -4\left(1 - \frac{1}{4}\right) = -3$.

Ainsi, **Cf admet lorsque $x \to +\infty$ une asymptote d'équation $y = x - 3$.**

d. Autres asymptotes de Cf

On a : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \to -\infty} f(x)/x = 1$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x) - x = -3$

Donc **la droite $y = x - 3$ est aussi asymptote à Cf en $-\infty$**

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$, donc l'axe des ordonnées est asymptote verticale à Cf

e. Montrons que f admet un prolongement par continuité à droite en 0.

On a : $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 \in \mathbb{R}$. ainsi, la fonction $g: \mapsto \begin{cases} f(x) \; si \; x \in D_f \\ 0 \; si \; x = 0 \end{cases}$ est un prolongement par continuité à droite en 0 de f

f. Montrons que f devient ainsi dérivable à droite en 0.

On a : $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \left(e^{-\frac{4}{x}} + \frac{1}{x} e^{-\frac{4}{x}}\right)$

Or $\lim_{x\to 0^+} e^{-\frac{4}{x}} = 0$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} e^{-\frac{4}{x}} = \lim_{u\to +\infty} \frac{1}{4} u e^{-u}$ avec $u = 4/x$

$= \lim_{u\to +\infty} \frac{1}{4} \frac{u}{e^u} = 0$

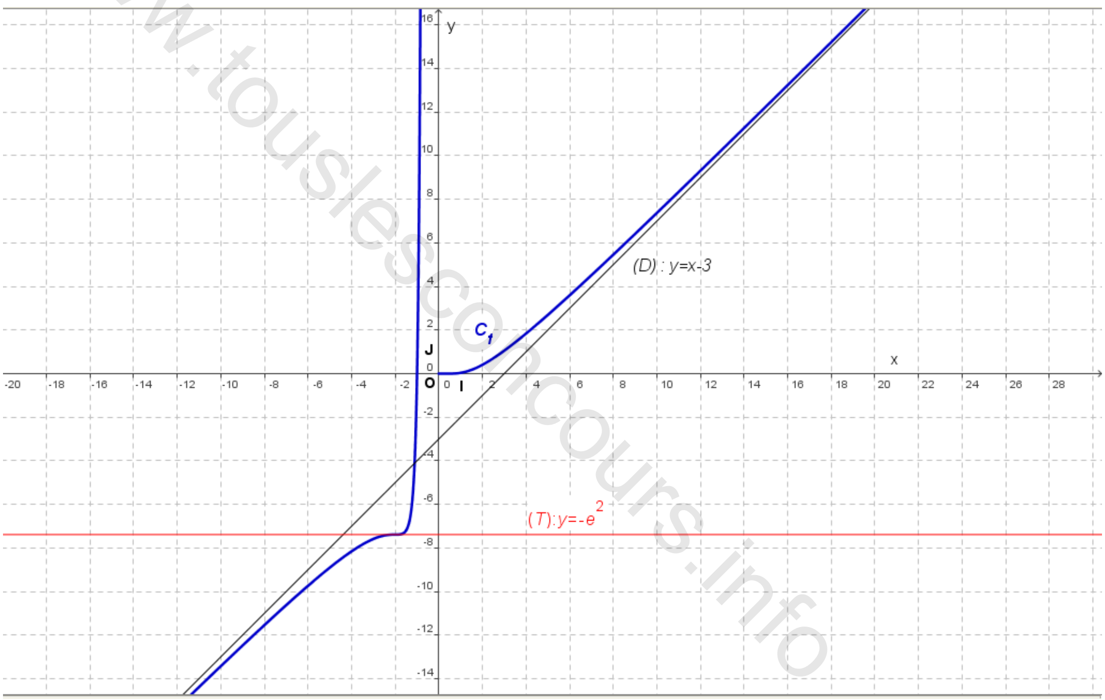
Donc $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0$, ce qui veut dire que la dérivée à droite de f en *0* est *0*.

5°) Courbe de Cf

Pour tracer Cf nous avons besoin de quelques informations supplémentaires :

- Tangente au point d'inflexion
  $I(-2; -e^2)$: $y = f'(-2)(x+2) + f(-2) \Rightarrow$

  $y = -e^2$



Courbe représentative de f

EXERCICE V

On donne $A\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

I. Détermination des sous ensembles de points de *(P)*

I.1. $\xi_1 = \{M \in P/$ le triangle ABM est rectangle en A$\}$

Posons $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

ABM est rectangle en A $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{AB}$ et $M \neq A$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ et $M \neq A$

$\Leftrightarrow 2x - 3y = -18$ et $(x; y) \neq (-3; 4)$

Ainsi, $\xi_1 : \begin{cases} 2x - 3y = -18 \\ (x; y) \neq (-3; 4) \end{cases}$ est donc la **droite d'équation $2x - 3y = -18$ privée du point $A\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$**

I.2. $\xi_2 = \{M \in P/$ le triangle ABM est rectangle en B$\}$

Posons $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

ABM est rectangle en B $\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{BA}$ et $M \neq B$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{BA} = 0$ et $M \neq B$

$\Leftrightarrow -2x + 3y = -8$ et $(x; y) \neq (1; -2)$

Ainsi, $\xi_2 : \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ (x; y) \neq (1; -2) \end{cases}$ est donc la **droite d'équation $2x - 3y = 8$ privée du point $B\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$**

I.3. $\xi_3 = \{M \in P/$ le triangle ABM est rectangle en M$\}$

ABM est rectangle en M $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}$ et $M \neq A$ et $M \neq B$

On trouve à l'aide du même principe que précédemment

$$\xi_3 : \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 13 \\ (x; y) \neq (-3; 4) \\ (x; y) \neq (1; -2) \end{cases}$$

ξ_3 est le cercle de diamètre [AB] privé des points A et B.

I.4. $\xi_4 = \{M \in P/$ le triangle ABM est isocèle en M$\}$

ABM est isocèle en M $\Leftrightarrow$ $MA = MB$ *et* $M \notin (AB)$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-4)^2 = (x-1)^2 + (y+2)^2$ et $M \notin (AB)$

$\Leftrightarrow 2x - 3y = -5$ et $M \neq$ milieu de $[AB]$

$\Leftrightarrow 2x - 3y = -5$ et $(x; y) \neq \left(\frac{-3+1}{2}; \frac{4-2}{2}\right)$

Ainsi, $\xi_4 : \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ (x; y) \neq (-1; 1) \end{cases}$ est la **droite d'équation $2x - 3y = -5$ privée du point $I\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$**

I.5. $\xi_5 = \{M \in P/$ le triangle ABM est isocèle en A$\}$

ABM est isocèle en A $\Leftrightarrow$ $AM = AB$ *et* $M \notin (AB)$

$$\Leftrightarrow AM = AB \text{ et } \begin{cases} M \neq B \\ et \\ M \neq \text{symétrique de } B \text{ par rapport à } A \end{cases}$$

On obtient

$$\xi_5 : \begin{cases} (x+3)^2 + (y-4)^2 = 52 \\ (x;y) \neq (1;-2) \\ (x;y) \neq (-7;10) \end{cases}$$

$\xi_5$est le cercle de centre A, de rayon [AB] privé du point B et de son symétrique par rapport à A

I.6. $\xi_6 = \{M \in P /$ le triangle ABM est isocèle en B$\}$

ABM est isocèle en B $\Leftrightarrow BM = BA \; et \; M \notin (AB)$

$$\Leftrightarrow BM = BA \; et \begin{cases} M \neq A \\ et \\ M \neq sym\acute{e}trique \; de \; A \; par \; rapport \; \grave{a} \; B \end{cases}$$

On obtient

$$\xi_6 : \begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 52 \\ (x;y) \neq (-3;4) \\ (x;y) \neq (5;-8) \end{cases}$$

$\xi_6$est le cercle de centre B, de rayon [AB] privé du point A et de son symétrique par rapport à B

I.7. $\xi_7 = \{M \in P /$ le triangle ABM est équilatéral$\}$

ABM est équilatéral $\Leftrightarrow AB = BM \; ; \; AB = AM; M \neq A; M \neq B$

On obtient

$$\xi_7 : \begin{cases} (x+3)^2 + (y-4)^2 = 52 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 52 \end{cases}$$

ξ_7 est l'intersection des cercles de centres A et B et de rayon [AB]

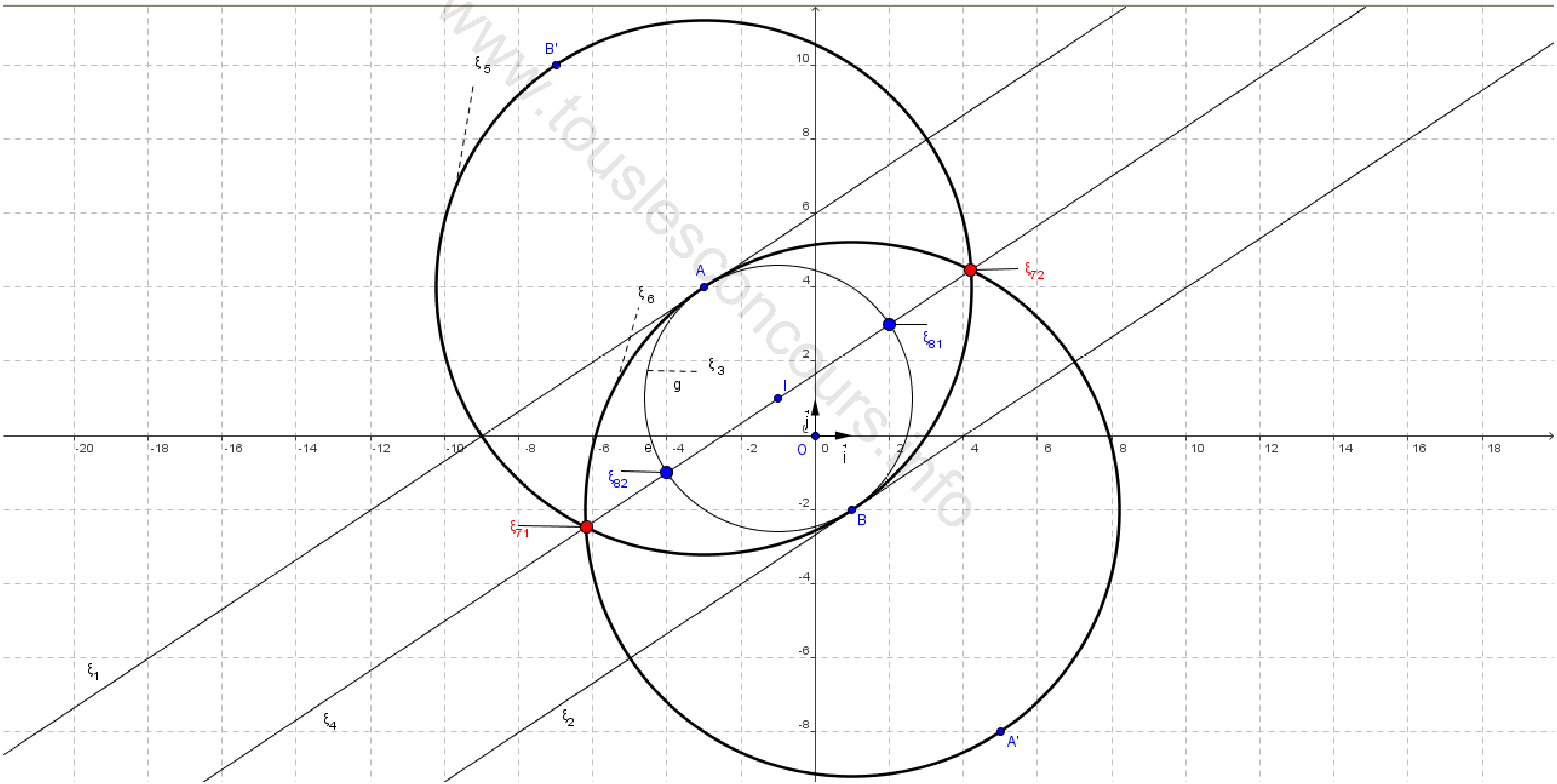
I.8. $\xi_8 = \xi_3 \cap \xi_4$

On a :

$$\xi_8 : \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 13 \\ 2x - 3y = -5 \\ (x;y) \notin \{(-3;4), (1;-2), (-1;1)\} \end{cases}$$

ξ_8 est l'intersection de la droite d'équation $2x - 3y = -5$ et du cercle de diamètre [AB]

II. Représentation graphique


B'
ξ_5
ξ_6
ξ_3
g
e
A
I
ξ_{72}
ξ_{81}
ξ_{82}
ξ_{71}
B
A'
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$
ξ_1
ξ_4
ξ_2