

EAMAC - 2014 - SUJET M-C-8

Exercice 1 : 5 points

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Soit $x_0 \in \mathbb{R}$.

- 1) Donner la définition de dérivabilité en x_0 pour la fonction f .
- 2) On suppose que f est 3 fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Ecrire la formule de Taylor-Young à l'ordre 3 près de x_0 .

Exercice 2 : 3 points

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(0)=0$ et $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\sqrt{x^2}}{x} & \text{si } x \neq 0. \end{cases}$

Déterminer l'ensemble des points où elle est continue.

Exercice 3 : 5 points

1. Soit $A \in M_n(\mathbb{K})$ une matrice telle que $A^k = 0$ pour un entier k . Montrer que

$$I_n = I_n - A + A - A^2 + A^2 - A^3 + \dots + A^{k-1} - A^k + A^k = I_n - A^k = I_n.$$

2. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est telle que $A^3 = 0$. Calculer l'inverse

de la matrice $B = I_3 - A$.

Exercice 4 : 7 points

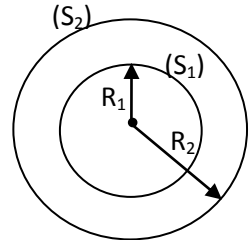
Soit A et B des parties d'un ensemble E . Montrer que :

- 1 - $(A \Delta B = A \cap B) \Leftrightarrow (A = B = \emptyset)$.
- 2 - $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$.
- 3 - $A \Delta B = B \Delta A$.
- 4 - $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$.
- 5 - $A \Delta B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$.
- 6 - $A \Delta C = B \Delta C \Leftrightarrow A = B$.

EAMAC – 2014 - SUJET P-C-5

Exercice 1

- I. Une sphère conductrice creuse (S_1) de centre O et de rayon R_1 porte une charge Q.
 - 1) Déterminer le vecteur-champ électrique en tout point M de l'espace situé à la distance r du point O.
 - 2) Déterminer le potentiel électrique en tout point de l'espace.
- II. On place concentriquement à la sphère (S_1) portant la charge Q, une autre sphère creuse conductrice (S_2) de rayon R_2 portant une charge Q_0 .
 - 1) Donner et justifier la répartition des charges sur ces conducteurs.
 - 2) Déterminer les vecteurs-champ électriques, en tout point M de l'espace tel que $OM = r$.
 - 3) Déterminer les potentiels, en tout point M de l'espace tel que $OM = r$. En déduire les potentiels électriques V_1 de (S_1) et V_2 de (S_2).
 - 4) Déterminer la capacité C du condensateur ainsi formé.
 - 5) On relie (S_2) au sol, déterminer la nouvelle valeur V_1' du potentiel de (S_1).



Exercice 2

On considère le réseau électrique comprenant :

un générateur de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1 \Omega$ et des résistances, connectés selon le montage de la figure 1.

Les puissances consommées dans les résistances R_1, R_2, R_3, R_4 sont respectivement : $P_1 = 6 \text{ W}$; $P_2 = 10 \text{ W}$; $P_3 = 1,5 \text{ W}$; $P_4 = 2,5 \text{ W}$.
La différence de potentiel aux bornes des points A et D est : $U_{AD} = 10 \text{ V}$.

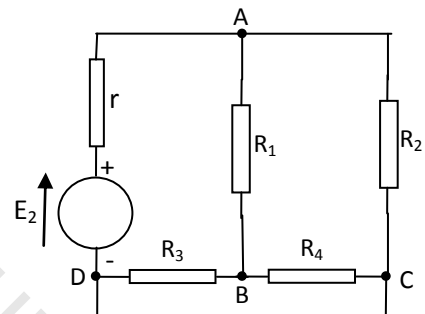


Figure 1

- 1) Déterminer la puissance disponible aux bornes du générateur (E, r).
- 2) Calculer les intensités et les sens des courants dans les différentes branches du réseau.
- 3) On enlève la résistance R_3 du circuit. Déterminer les éléments caractéristiques (E_{Th}, R_{Th}) du générateur de tension de Thévenin correspondant au dipôle BD du réseau électrique restant. En déduire le schéma du modèle équivalent de Thévenin du dipôle BD, ainsi que l'intensité du courant passant par R_3 dans le réseau électrique initial.

Exercice 3

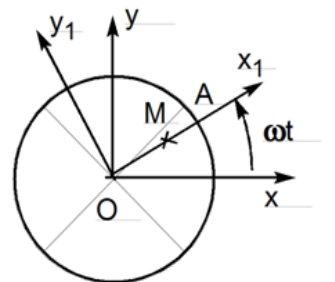
Dans un plan xOy d'un repère fixe orthonormé direct $R(O; \vec{x}, \vec{y})$, un disque de rayon r et de centre O tourne autour de l'axe Oz à une vitesse angulaire constante ω .

Soit $R_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ un repère orthonormé direct lié au disque.

Un point M part à l'instant $t = 0$ du point O pour aller vers le point A à une vitesse linéaire constante V .

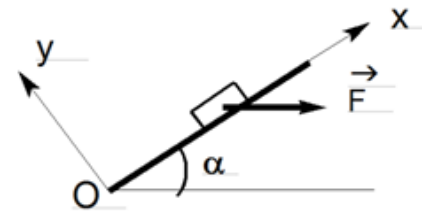
En exprimant les résultats sur R_1 , déterminer pour le point M

- 1°/ - la loi horaire $x_1(t)$ sur Ox_1
- 2°/ - les vecteurs vitesses relative, d'entraînement et absolue
- 3°/ - les vecteurs accélérations relative et de Coriolis.



Exercice 4 :

Un corps matériel de poids P est placé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Soit f le coefficient de frottement de glissement. Dans le cas où $(\cos \alpha - f \sin \alpha)$ est positif, on demande :



1°/ - d'énumérer les forces appliquées au corps

Matériel

2°/ - de déterminer la force horizontale F permettant de maintenir en équilibre ce corps matériel.

www.touslesconcours.info