

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNÉE IUT
Session de Septembre 2007

Filière GAPMO et GLT
Épreuve de Mathématiques
Durée 3 heures



Exercice I : (5 pts)

Calculer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(t) = a \cos^2 wt + b \sin^2 wt, w \in \mathbb{R}^*$
2. $f(x) = \cos^2 x \cos 2x$ et $g(x) = \sin^2 x \cos 2x$
3. $h(x) = x \cos x$ et $k(x) = x \sin x$

Exercice II : (5 pts)

Soit $P(x) = 2x^3 - 13x^2 - 10x + 21$

1. Montrer qu'il existe trois nombres réels a, b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ et les déterminer. Puis dans résoudre $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
2. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
 - a) $2(\text{Log } x)^3 - 13(\text{Log } x)^2 - 10\text{Log } x + 21 = 0$.
 - b) $10 + 13e^x - 2e^{2x} = 21e^{-x}$.

Exercice III : (5 pts)

Dans un examen oral, un examinateur fait tirer à un candidat, et en un seul tirage trois questions dans un ensemble de soixante réparties de la façon suivantes : 20 questions d'algèbre, 15 de trigonométrie, 10 de mécanique, 10 de géométrie et 5 de statistiques.

- 1) Quelle est la probabilité pour que le candidat tire deux questions d'algèbre et une question de statistique ?
- 2) Sur les 60 questions, le candidat n'en connaît que 40. Calculer la probabilité qu'il a de tirer :
 - a) trois questions connues,
 - b) deux questions connues et une inconnue,
 - c) une question connue et deux inconnues,
 - d) trois questions inconnues.

Quelle constatation peut-on faire sur la somme de ces quatre probabilités ?

Exercice IV : (5 pts)

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow -2 \searrow -\infty$			$+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$		

et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

f est la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$, où a , b et c sont des réels.

- 1) a) Recopier et compléter le tableau de variation de f .
 b) Déterminer son ensemble de définition D_f de f .
 c) Quelles sont les limites aux bornes de D_f ?
- 2) Soit f' la dérivée de f . Calculer $f'(x)$ et trouver les coefficients réels a , b et c en utilisant les données ci-dessus.
- 3) Montrer que la courbe de (C) représentative de f admet comme asymptote lorsque x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$, la droite Δ d'équation : $y = x + 1$.
- 4) Étudier la position de (C) par rapport à Δ .
- 5) Tracer les asymptotes à (C), puis la courbe (C) correspondant au tableau de variation.