

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNÉE IUT
Session de juillet 2012

Filière GLT, GAPMO, OCA
Épreuve de Mathématiques
Durée 3 heures



Exercice 1 (3.5 points)

Étudier la parité de f dans chacun des cas suivants :

a. $f(x) = 3x$

b. $f(x) = x^2 + x$

c. $f(x) = x^3 - 2x$

d. $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3}$

e. $f(x) = \frac{3}{x^2 - 4}$

f. $f(x) = \frac{1}{2 - x}$

g. $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

Exercice 2 (2 points)

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a. $Y_1 = \log \frac{x^5 - 1}{x^2 + 1}$

b. $Y_2 = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

c. $Y_3 = e^{-\frac{1}{x}}$

d. $Y_4 = x + 1 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$

Exercice 3 (2.5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$

1. Étudier la parité de f .
2. On admet que f est décroissante sur $[0; +\infty[$. En déduire, d'après la question précédente, le sens de variation de f sur $] -\infty; 0]$. Dresser alors le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3. Montrer que pour tout réel x , $0 \leq f(x) \leq 1$.

Exercice 4 (7 points)

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$.

On considère par (C_f) la représentation de f .

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Déterminer la fonction dérivée f' de f . En déduire le sens de variation.
4. Dresser le tableau de variation de f .
5. Déterminer les nombres a, b et c tels que : pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$. En déduire que (C_f) admet une asymptote oblique que l'on précisera.

6. Étudions la position de (C_f) et de la droite (D) d'équation $y = x - 1$.
7. Construire la droite (D) , puis la courbe (C_f) .

Exercice 5 (5 points)

On considère une urne contenant trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et quatre boules vertes. Ces boules sont indiscernables au toucher. On tire, au hasard, une boule de l'urne.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

$J = \ll \text{tirer un boule jaune} \gg$

$B = \ll \text{tirer un boule bleue} \gg$

$R = \ll \text{tirer un boule rouge} \gg$

$V = \ll \text{tirer un boule verte} \gg$

2. En fonction de la couleur tirée, on se voit attribuer une somme d'argent selon la convention :

* Jaune ou Bleue, on gagne 10 FCFA

* Rouge, on gagne 25 FCFA

* Verte, on gagne 5 FCFA

Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage le gain réalisé.

- a. Déduire de la première question : $P(X = 5)$, $P(X = 10)$ et $P(X = 25)$.
 - b. Calculer l'espérance mathématique de X , sa variance puis son écart-type.
3. Maintenant, on gagne toujours 25 FCFA si la boule tirée est rouge, 5 FCFA si la boule tirée est verte mais on gagne 10 FCFA si elle est jaune et m si elle est bleue ; m désigne un réel positif.
Calculer m pour que le gain moyen espéré soit de 15 FCFA.