CONCOURS D'ENTREE EN $1^{\text{ère}}$ ***ANNÉE IUT***

Session d'Octobre 2013

Filière PFTIN
Épreuve de Mathématiques
Durée 3 heures

Exercice I

Calculer les intégrales ci-dessous .

a) $\int e^{-x} \sin x dx$ *b)* $\int \sqrt{x \cdot \sqrt{x}} dx$

Exercice II

La représentation graphique d'une fonction $f(x)$ *inconnu est donnée ci contre.*

a) Écrire toutes les limites lisibles du graphe.
b) Quelles autres indications sur la fonction conservée peut-on tirer du graphe ?
c) Donner le terme analytique de $f(x)$ *sur la base de tout ce qui précède et de votre expérience de l'étude des fonctions .*

Problème

Soit f_t *la fonction réelle donnée par* $f_t(x) = \dfrac{e^x}{8 \cdot (t+x)^2}$*, où* t *est un paramètre réel. D'autre part, on a une fonction g définie par* $g(x) = \dfrac{1}{32} \cdot e^x$.

Partie I

a) Donner le domaine de définition et déterminer les zeros de f_t.
b) Montrer que le graphe de f_t *présente un minimum au point* $P_m\left(2-t, \dfrac{e^2}{32e^t}\right)$.
c) Montrer qu'il existe une et une seule valeur de t *pour laquelle le graphe de la fonction correspondante a* f_t *ne possède aucun point d'intersection avec les axes des ordonnées .*
d) Déterminer le comportement de la fonction f_t *lorsque* $x \to -infty$.

Partie II

a) Montrer que les points minimum locaux de toutes les fonctions f_t *sont situés sur le graphe de la fonction* g.
b) Déterminer par calcul, et sans utiliser des valeurs approchée, si le point $P\left(2\ln 32+2, 32e^2\right)$ *est situé sur le graphe de g.*
c) Les droites d'équations $x = c$ *(* $c \in \mathbb{R}$ *et* $c > 1$
Déterminer la valeur de c de sorte que la difference $f_{-1}(c) - f_0(c)$ *devienne minimal et calculer cette valeur minimale.*