

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNÉE IUT
Session d'octobre 2012

Filière PFTIN
Épreuve de Spécialité
Durée 3 heures



Exercice 1

Soit f la fonction sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + \sin^2 x$

1. Étudier la parité de la fonction f
2. Montrer que f est périodique de période π
3. Justifier pourquoi il suffit d'étudier f sur $I = [0; \frac{\pi}{2}]$
4. Étudier le sens de variation de f sur I
5. Construire la représentation graphique de f sur $I = [0; \frac{\pi}{2}]$ puis sur $I = [-\pi; \pi]$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = \frac{1}{\cos x} - 1 - \frac{x^2}{2}$

1. Calculer $f''(x)$
2. Déterminer le sens de variation de f' sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ calculer $f'(0)$ et en déduire le signe de f'
3. Représenter f'
4. En déduire une comparaison entre $\frac{1}{\cos x}$ et $1 + \frac{x^2}{2}$ pour tout x de $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

Exercice 3

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle et la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, V_n = \frac{u_0 + u_1 + \dots + u_n}{n+1}$$

1. Montrer que si la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers I , la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et a pour limite I . réciproque ?
2. Montrer que si la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée, la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée Réciproque ?
3. Montrer que si la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante, la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ l'est aussi

Exercice 4

Le triangle ABC est rectangle en A. On donne $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$ (a , b et c sont des longueurs) Soit P un point du segment $[AB]$ et soient I et J les projetés orthogonaux respectifs de P sur (AB) et (AC)

1. Déterminer sur (BC) un point tel que la distance IJ soit minimum. Est-il unique ?

2. Dans ce cas , comment doit-être le triangle ABC pour que le segment IJ soit parallèle à (BC) ?

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 1 + 2x + |x|$
 f est - elle continue ?

www.touslesconcours.info