

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNÉE IUT
Session de juillet 2012

Filière PFTIN et PFTI
Épreuve de Mathématiques
Durée 3 heures



Exercice 1 : 7 points

1. Soit f une fonction réelle d'une variable réelle x définie par $f(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$.
 - a Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites de cette fonction
 - b Dresser le tableau de variation de f .
 - c Calculer $f(0)$ et en déduire le signe de f .
2. Soit g une fonction réelle d'une variable réelle x définie par $g(x) = x + 3 - xe^{2x}$.
 - a Montrer g est une primitive de f sur $\mathbb{R}$
 - b En déduire le tableau de variation de g .
 - c En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet deux racines α et β avec $\alpha < \beta$.
 - d Montrer que $-4 < \alpha < -3$ et que $0 < \beta < 1$.
 - e Montrer que la droite d'équation $y = x + 3$ est asymptote à la courbe de g .
 - f Tracer soigneusement la courbe de g (2cm pour une unité)

Exercice 2 : 4 points

Soient (U_n) et (V_n) deux suite définir par :

$$\begin{cases} U_1 = \frac{-1}{4} & \text{et } \forall n \quad 4U_{n+1} = 3U_n + 2 \\ V_n = 3U_n - 2 & \text{ou } n \text{ est un entier naturel.} \end{cases}$$

1. Calculer U_0 et V_0 .
2. Montrer que la suite (V_n) est géométrique et préciser sa raison.
3. Exprimer V_n et U_n en fonction de n
4. Les suites (U_n) et (V_n) sont-elles convergente ?

Exercice 3 : 5 points

1. Soit $f(u) = \frac{1}{u(u+1)}$ une fonction réelle d'une variable réelle u .

a Mettre $f(u)$ sous la forme $f(u) = \frac{a}{u} + \frac{b}{u+1}$ et calculer l'intégrale $\int f(u) du$

b A l'aide d'une intégrale par parties, calculer l'intégrale $I = \int \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$

c A l'aide d'un changement de variable, calculer l'intégrale $J = \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a $4(\ln x)^2 - \ln x - 3 = 0$

b $e^x - 3,75e^{-x} - 1,75 = 0$

Exercice 4 : 3 points

Soit $P(\alpha) = 4 \sin^2 \alpha + 4 \cos \alpha - 5$ ou $\alpha \in [0, \frac{\pi}{3}[$.

- 1.** Exprimer $P(\alpha)$ en fonction de $\cos \alpha$ et déterminer le signe de $P(\alpha)$.
- 2.** Déterminer en fonction de α les nombres complexes z_1 et z_2 tels que :
 $z_1 + z_2 = 2 \sin \alpha + i$
 $z_1 \cdot z_2 (1 - \cos \alpha) + i \sin \alpha$
- 3.** Calculer le module et un argument de z_1 et z_2