

**Épreuve de Mathématiques.**  
Session de JUILLET 2008

Filière PFTIN / GI  
Épreuve de Mathématiques  
Durée 3 heures



**Exercice 1 : (2 pts)**

Soit  $P = x^4 - x^3 + ax^2 + 6x - 4$ , ( $a$  un réel).

1. Déterminer  $a$  pour que  $P$  ait deux dont le produit est 2.
2. Calculer alors les racines de  $P$  dans  $\mathbb{C}$ .

**Exercice 2 : (5 pts)**

Soit  $\alpha$  un réel .

1. Développer  $(\cos \alpha + i \sin \alpha)^6$
2. En déduire  $\cos(6\alpha)$  et  $\sin(6\alpha)$  en fonction de  $\cos \alpha$  et  $\sin \alpha$
3. En déduire  $\tan 6\alpha$  en fonction de  $\tan \alpha$
4. Montrer que  $\tan \frac{\pi}{4}$  est une solution d'une équation du 6<sup>ème</sup> degré que l'on précisera .
5. Linéarité  $\cos^5 \alpha$

**Exercice 3 : (5 pts)**

Dans un repère vectoriel  $\mathbb{R}^3$  on appelle  $f$  l'application linéaire définie par :

$$u = f(i) = i + 2j - k; v = f(j) = 2i + 7j + 3k; k = f(k) = 3j + 5k$$

1. a) Écrire la matrice de  $f$  dans la base  $\{i, j, k\}$ .  
b) Montrer que  $u$  et  $v$  sont indépendants .  
c) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que  $w = au + bv$
2. a) Soit  $U(x, y, z)$  un vecteur de  $\mathbb{R}^3$ . Montrer que  $f(U) = (x - 2z)u + (y + z)v$   
b) Démontrer que  $f(U) = 0 \Leftrightarrow U$  colinéaire au vecteur  $n = 2i - j + k$ .
3. a) Montrer que  $\{i, j, n\}$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .  
b) Déterminer la matrice de  $f$  dans la base  $\{i, j, n\}$ .

**Problème : (08 pts)**

Soit la fonction réelle  $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$

- a) Quelle est le domaine de définition de  $f(x)$  ?
- b)  $f(x)$  est elle une fonction continue dans son domaine de définition ?
- c)  $f(x)$  est elle une fonction impaire ? si oui déterminer votre intervalle d'étude .

- d) Déterminer les limites de  $f(x)$  aux bornes du domaine de définition. Admet-elle des directions asymptotiques ?*
- e) Calculer sa dérivée et étudier son signe .*
- f) Tracer le tableau de variation de  $f(x)$ .*
- g) Tracer le graphe  $y = f(x)$*

[www.touslesconcours.info](http://www.touslesconcours.info)