



ANNÉE 2005-2006
CONCOURS D'ENTRÉE À L'FAMAU
LES 09 ET 10 MAI 2006

FLIERE : TECHNICIEN SUPERIEUR EN GESTION URBAINE

EPREUVE ECRITE

Matière : MATHÉMATIQUE

Durée : 2 Heures

Pour cette épreuve, le candidat est autorisé à utiliser
une calculatrice scientifique non programmable

Exercice 1 (5 pts)

Résoudre l'équation du second degré :

$$z^2 + 2(3 - 2i)z + 4(2 - 3i) = 0 \quad (2 \text{ pts})$$

et montrer que les images, dans le plan complexe, de ses deux racines forment avec le point d'origine O un triangle équilatéral. Faire la figure dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (3 pts)

Exercice 2 (5 pts)

1° Résoudre le système linéaire :

$$\begin{cases} X + 3Y = 0 \\ 2X + Y = 3 \end{cases} \quad (2 \text{ pts})$$

2° En déduire la résolution de :

$$\begin{cases} \log_2 x^2 - 3 \log_2 y^2 = 0 \\ 2 \ln x^3 - \ln y^2 = 3 \end{cases} \quad (3 \text{ pts})$$

Problème (10 pts)

1° Soit f l'application de $] -2; 2[$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \ln(4 - x^2).$$

a) Étudier la fonction f (on précisera sa parité). (2 pt)

b) Tracer la courbe (C) représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (on indiquera après avoir précisé les points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées). (2 pts)

2° Soit F l'application de $] -2; 2[$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$F(x) = (x - 2) \ln(2 - x) + (x + 2) \ln(x + 2) - 2x.$$

a) Montrer que F est une primitive de f . (1 pt)

b) En déduire la primitive G de f telle que $G(0) = 1$. (2 pt)

3° Calculer en cm^2 , l'aire de la partie du plan comprise entre (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$. (2 pts)

4° a) Soit h la restriction de f à l'intervalle $]0; 1[$. Montrer que h définit une bijection de $]0; 1[$ sur un intervalle J que l'on déterminera. (1 pt)

b) y étant un élément de J , calculer $h^{-1}(y)$. Construire (C') la courbe représentative de h^{-1} dans le même repère que (C) . (1 pt)

c) Calculer en cm^2 , l'aire de la portion du plan comprise entre (C) , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $y = 1$. (1 pt)