



ANNEE 2007 - 2008
CONCOURS D'ENTREE A L'UNIVERSITE DE BORDEAUX
SESSION DE MAI 2008

FILIERE : ARCHITECTURE - URBANISME

ÉPREUVE ÉCRITE

Matière : **MATHÉMATIQUES**

Durée : 2 Heures

Pour cette épreuve, le candidat est autorisé à utiliser une calculatrice scientifique non programmable.

Exercice 1 : (7,5 points)

Chaque question est pourvue de cinq réponses, plusieurs réponses peuvent être vraies ou fausses. Dire si une réponse est vraie ou fausse.

1. Soit $f := \int_2^x \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right) dx$. Alors :

a. $f = \ln(\tan \frac{x}{2})$ b. $f = \ln \left(\frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \right) + \ln \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} \right)$ c. $f = \ln \sqrt{3} - 2 \ln \sqrt{2}$

d. $f = \frac{1}{2} \ln 3$ e. $f = \int_2^x \frac{2}{\sin 2x} dx$

2. Pour toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 2$, on a :

a. $\forall x \in \mathbb{R}, f(2+x) = f(2-x)$

b. $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(4-x)$

c. $\forall x \in \mathbb{R}, f(2+x) = f'(2-x)$

d. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

e. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

Exercice 2 : (3,5 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $\left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^3 = 0$

2. Trouver trois nombres complexes α, β et γ de module 1 tels que $\alpha + \beta + \gamma = 1$ et $\alpha\beta\gamma = 1$.

Exercice 3 : (3 points)

Le nombre réel k strictement positif étant donné, on considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + k}$$

1. Soit la fonction φ définie sur $]0, +\infty[$ par la trinôme $\varphi(x) = x^2 - 2kx + k$. En faisant intervenir le nombre réel k défini par : $k = k + \sqrt{k^2 + k}$, étudier le signe de $\varphi(x)$.

2. Montrer que f est dérivable. Calculer $f'(x)$ et déduire de ce qui précède le sens de variations de f . Calculer $f(0)$ et $f'(k)$. Montrer que f admet un maximum M que l'on exprimera à l'aide de k .

3. Déterminer suivant les valeurs de k les ensembles E_0, E_1, E_2 de réels x positifs tels que respectivement : $f(x) = x$, $f(x) > x$, $f(x) < x$.