

**CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU
SESSION DE MAI 2005**

FILIERE ARCHITECTURE - URBANISME

EPREUVE DE MATHEMATIQUE GENERALE

Durée : 2 heures

- I - Soient a et b deux nombres complexes, $z^2 - 2az + b = 0$
une équation de racines z_1 et z_2
- 1) Calculer $z_1 \cdot z_2$ et $z_1 + z_2$
 - 2) On suppose $z_1 = iz_2$. Calculer z_2^2 de deux façons différentes et en déduire une relation entre a et b .
- II - On considère l'expression $P(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 + x^2 - 8x + 4$
- 1) Calculer $P(1)$, $P(-1)$ et $P(2)$.
 - 2) Déterminer les réels a et b pour que
$$P(x) = a(x-1)^2(x-2)^2(x+b)$$
 - 3) On pose $F(x) = \frac{P'(x)}{P(x)}$
 - a) Quel est le domaine de D_F ?
 - b) Calculer $P'(x)$ à partir de la 2^{ème} question et mettre $F(x)$
sous la forme
$$F(x) = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x+1} + \frac{a_3}{x-2}$$

en précisant les réels a_1 , a_2 et a_3 .
- III - Soit la fonction $f : x \rightarrow xe^{\frac{1}{1-x^2}}$
- 1) Déterminer le domaine D_f et étudier la parité de f .
 - 2) Calculer et simplifier $f'(x)$ et $f''(x)$.
 - 3) En déduire l'existence de 3 points d'inflexion dont 2 sont symétriques par rapport à l'origine O du repère et calculer les ordonnées de ces points.
 - 4) Compléter l'étude de f et tracer sa courbe $\mathcal{C}$ en repère orthonormé en précisant asymptotes et $\frac{1}{2}$ tangentes s'il y en a.

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU
SESSION DE MAI 2005

FILIERE TECHNICIEN SUPERIEUR EN GESTION URBAINE

EPREUVE DE MATHEMATIQUE GENERALE

Durée : 2 heures

I Soit $z = x + iy$ un nombre complexe, $z \neq 0$

- 1) A, B et C sont images des complexes z , iz et $(2-i) + z$
a) Calculer les longueurs AB, AC et BC.
b) En déduire que $\forall z$, le triangle ABC est isocèle non équilatéral.

2) Déterminer z tel que $|z| = \left| \frac{2+i}{z} \right| = |z-1|$

3) Soit Z un complexe tel que $\frac{Z-1}{Z+1} = \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^2$

- a) Exprimer Z en fonction de z .
b) Que peut-on dire des points images de Z , z et $\frac{1}{z}$?

II On considère la fonction $f : x \rightarrow \frac{1 + \ln x}{x}$

1) Etudier f et construire sa courbe $\mathcal{C}$ en repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Soit (D) une droite.

- a) (D) rencontre $\mathcal{C}$ en un point M_1 d'ordonnée nulle.
Calculer l'abscisse x_1 de M_1 .
b) (D) passe par O et est tangente à $\mathcal{C}$ en M_2 .
Calculer les coordonnées x_2 et y_2 de M_2 .
c) (D) est tangente à $\mathcal{C}$ en M_3 et est parallèle à (Ox) .
Calculer les coordonnées x_3 et y_3 de M_3 .
d) (D) rencontre $\mathcal{C}$ en M_4 , point d'inflexion de $\mathcal{C}$;
calculer l'abscisse x_4 de M_4 .
e) Quelle est la nature de la suite x_1, x_2, x_3 et x_4 ?