REPUBLIQUE DU CAMEROUN — REPUBLIC OF CAMEROON
Paix-Travail-Patrie — Peace-Work-Fatherland
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR — MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
UNIVERSITE DE DOUALA — THE UNIVERSITY OF DOUALA
ECOLE NORMALE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE — THE ADVANCED TEACHER'S TRAINING COLLEGE OF TECHNICAL EDUCATION
ENSET — ENSET

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU SECOND CYCLE - FIRST YEAR ENTRANCE'S EXAMINATION INTO THE SECOND CYCLE

Session de 2016/ 2016 Session

Filière/speciality:LICENCE DE PHYSIQUE ET EEA
Epreuve de/paper:MATHEMATIQUES
Durée/Duration:04 Heures/ 04 Hours

I- (10 POINTS) EQUATION D'EVOLUTION Une barre de longueur L, initialement à température nulle, est chauffée par une source de chaleur P. Alors que les deux extremités sont maintenues à température nulle. On cherche à déterminer l'évolution de la température dans la barre,solution de l'équation:

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = P \text{ pour } (x,t) \in]0,L[\times]0,+\infty[\\ u(x,0) = 0 \text{ pour } x \in]0,L[\\ u(0,t) = u(L,t) = 0 \text{ pour } t \in]0,+\infty[\end{array}\right.$$

où λ est une constante thermique donnée.

1. (1 point)Determiner la température à l'équilibre, notée $v(x)$
2. (2 points)On pose $w(x,t) = u(x,t) - v(x)$. Montrer que w vérifie la même équation que u avec un second membre nul, les mêmes conditions en $x = 0$ et $x = L$, mais une condition initial non nulle connue
3. (2 points)Appliquer la méthode de séparation de variables pour resoudre l'équation en w, en fonction d'une condition initiale $w_0(x)$
4. (3 points)w_0 étant connue, calculer explicitement en fonction de λ et des paramètres du problème, les coefficients intervenant dans le developpement en série de cette solution.
5. (2 points)En déduire l'expression du developpement en série de u.
   Pouvait-on appliquer la méthode de séparation de variables sur l'équation de départ? Justifier votre reponse.

II- (4 points)Soit le (S) système différentiel suivant: $(S)\left\{\begin{array}{l} x_1' = x_2 + \mu x_1(1 - x_1^2 - x_2^2) \\ x_2' = -x_1 + \mu x_2(1 - x_1^2 - x_2^2) \end{array}\right.$

1. (2 points)Déterminer la matrice A du système linéarisé de (S). Diagonaliser A et discuter de la stabilité de (S) en fonction de μ.
2. (2 point)Intégrer (S) en passant en coordonnées polaires $x_1 = r\cos(\theta)$, $x_2 = r\sin(\theta)$.
3. Calculer $\lim_{t\to+\infty} r(t)$ suivant les valeurs de μ. On dintinguera les cas $r_0 = 0$ et $r_0 \neq 0$

III- (06 POINTS) STATISTIQUES
Sur une population de quarante individus, on considère la série statistique double (X,Y) représentée par le tableau suivant:

$Y\backslash X$	0	1	2	3	4
-1	5	5	2	0	1
0	2	8	4	1	1
1	0	1	3	6	1

1. (2 points)Compléter les tableaux des séries X et Y suivants:

X	0	1	2	3	4
N	7	...	9	7	...

Y	-1	0	1
N	13	16	...

2. (1 point) Calculer les moyennes,variances et les écart-types des séries X et Y.
3. (1 point) Calculer la covariance du couple (X,Y).
4. (2 points)Calculer le coefficient de correlation linéeaire de Y en X et déterminer l'équation de la droite de regression linéaire de Y en X

REPUBLIQUE DU CAMEROUN — REPUBLIC OF CAMEROON

Paix-Travail-Patrie — Peace-Work-Fatherland

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR — MINISTRY OF HIGHER EDUCATION

UNIVERSITE DE DOUALA — THE UNIVERSITY OF DOUALA

ECOLE NORMALE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE — THE ADVANCED TEACHER'S TRAINING COLLEGE OF TECHNICAL EDUCATION

ENSET — ENSET

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU SECOND CYCLE - FIRST YEAR ENTRANCE'S EXAMINATION INTO THE SECOND CYCLE

Session de 2016/ 2016 Session

Filière/speciality:LICENCE DE PHYSIQUE ET EEA
Epreuve de/paper:MATHEMATIQUES
Durée/Duration:04 Heures/ 04 Hours

ENGLISH VERSION

I- (10 marks) EVOLUTION EQUATION A bar of lenght L, initially at temperature zero,is heated by a source of heat P. While the two extremities are maintained at temperature zero, one wants to find out the evolution of temperature inside the bar, solution of the equation:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \lambda\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = P \text{ pour } (x,t) \in]0,L[\times]0,+\infty[\\ u(x,0) = 0 \text{ pour } x \in]0,L[\\ u(0,t) = u(L,t) = 0 \text{ pour } t \in]0,+\infty[\end{cases}$$

where λ is a given thermic constant.

1. (1 mark)Determine the temperature at equilibrium, denoted $v(x)$
2. (2 marks)Set $w(x,t) = u(x,t) - v(x)$. Show that w satisfies the same equation as u with the zero second member, the same conditions at $x = 0$ and $x = L$, but the non zero and known initial condition.
3. (2 marks)Apply the method of separation of variables to solve the equation in w, in term of the initial value $w_0(x)$.
4. (3 marks)w_0 being known, compute explicitly in term of λ and the parameters of the problem, the coefficients which occur in the development in series of this solution.
5. (2 marks)Deduce the expression of the development into series of u.
   Could it be possible to apply the method of separation of variables to the very first equation? Justify your answer.

II- (4 marks)Let (S) be the differential system that follows: $(S)\begin{cases} x_1' = x_2 + \mu x_1(1 - x_1^2 - x_2^2) \\ x_2' = -x_1 + \mu x_2(1 - x_1^2 - x_2^2) \end{cases}$

1. (2 points)Determine the matrix A of the lineairised system of (S). Diagonalise A and dicuss the stability of (S) in term of μ.
2. (2 point)Solve (S) by using polar coordinates $x_1 = r\cos(\theta)$, $x_2 = r\sin(\theta)$.
3. Compute $\lim_{t\to+\infty} r(t)$ xith respect to the values of μ. One shall distinguish the cases $r_0 = 0$ and $r_0 \neq 0$.

III- (06 marks) STATISTICS

On a population of forty individuals, we consider the double entry statistics series (X,Y) as shown in the following table:

$Y\backslash X$	0	1	2	3	4
-1	5	5	2	0	1
0	2	8	4	1	1
1	0	1	3	6	1

1. (2 marks)Complete the following margin series X and Y:

X	0	1	2	3	4
N	7	...	9	7	...

Y	-1	0	1
N	13	16	...

2. (1 mark)Compute the means, variances and the standard deviation of the series X and Y.
3. (1 mark)Compute the covariance of the couple (X,Y).
4. (2marks)Compute the coefficient of linear correlation of Y in X and determine the equation of linear regression of Y in X