

Examen : Statistiques et Probabilités

Durée : 4 heures

Exercice 1 : distribution statistique à un caractère.

On a indiqué dans le tableau suivant la distance entre le bureau et le domicile (en km) d'un groupe d'employés de Douala.

Distance	0	1	2	3	4	5	8
Effectif	5	21	24	15	20	3	2

- 1) a) Combien d'employés comporte le groupe étudié ? 0,5 point.
b) Déterminez la distance moyenne entre le domicile et le lieu de travail. 1 point
- 2) Quel est l'écart-type de cette série (on arrondira au centième) ? 1 point
- 3) Quelle est la médiane de cette série ? Déterminez l'intervalle interquartile. Représentez le diagramme en boîtes de cette série. 1,5 points
- 4) On s'intéresse maintenant uniquement aux employés qui n'habitent pas dans les environs immédiats du bureau (ceux qui habitent à au moins 1 kilomètre). Quel est, parmi eux, le pourcentage des employés qui travaillent à cinq kilomètres ou plus de leur domicile (on arrondira au centième) ? 1 point

Exercice 2 : test d'hypothèse

Dans une chaîne de supermarché, on vend en moyenne 25 articles par semaine. Une enquête récente effectuée sur un échantillon de 36 supermarchés révèle que 30 articles sont vendus par semaine. Le manager de cette chaîne de super marché envisage d'engager d'autres vendeurs. Quel conseil pourriez-vous lui donner en répondant aux différentes questions suivantes.

On supposera pour cet exercice que l'écart-type est connu et est égal à 8

- 1) a) Définissez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative
b) Définissez erreurs de type 1 et de type 2, et donnez-en un exemple pour chaque cas. (0,5+1 points)
- 2) On fixe $\alpha = 0,05$, en supposant que le test statistique est basé sur la moyenne de l'échantillon, trouvez la règle de décision et calculez le seuil α associé à α . 1,5 points
- 3) Reprenez la question 2) en utilisant la méthode du p-value. 1 point

- 4) Quelle est la taille optimale qu'il faut-il choisir pour l'échantillon en supposant que notre seuil de précision est de 0,05. 1 point

Exercice 3 : distribution statistique à deux caractères.

L'observation des quantités offertes sur un marché de raisin de table et des prix de vente a donné les résultats suivants :

Quantités x à la vente (tonnes)	100	120	84	78	87	80	110	95
Prix moyen Y par kg	1,60	1,40	1,95	2,10	1,75	2,25	1,50	1,80

1. Calculez le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . 1 point
2. Déterminez l'équation de la droite des moindres carrés de Y en X . Sans faire de calcul, donnez le signe de la pente de la droite des moindres carrés de X en Y . 1,5 points
3. On admet que la valeur du prix moyen Y par kg en fonction de la quantité à la vente X est déterminée par l'équation trouvée à la question 2.
La recette globale correspondant à la vente de la totalité du raisin est-elle une fonction constamment croissante de x ?
Si non, quelle est la valeur critique x_c que les producteurs ont intérêt à ne pas dépasser. 2,5 points

Exercice 4 : distribution normale

Les gains mensuels en euros d'un représentant sont supposés suivre une loi normale. Il a pu constater, sur un grand nombre de mois, la répartition suivante de ses gains :

$$\begin{aligned} \text{Gain} &> 3\,000 : 4,46\% \\ 2\,400 < \text{Gain} \leq 3\,000 &: 93,26\% \\ \text{Gain} \leq 2\,400 &: 2,28\% \end{aligned}$$

1. Énoncez le théorème central limite. 1 point
2. Calculez la moyenne et l'écart-type de la loi normale envisagée. 2 points
3. Si on suppose les gains du représentant indépendants d'un mois à l'autre, quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire égale au gain du représentant pendant 3 mois ? 1 point
4. Quelle est la probabilité que le représentant gagne plus de 8 700 € en 3 mois ? 1 point

Exam: Statistics and Probabilities

Duration: 4 hours

Exercise 1: univariate distribution.

The table below contains information on the distance (in km) a sample of workers have to travel from home to office in Douala.

Distance	0	1	2	3	4	5	8
Number of workers	5	21	24	15	20	13	2

- 1) a) What is the size of the sample? 0.5 point.
- b) Compute the average distance between home and office. 1 point
- 2) What is the standard deviation of this series (in percentage)? 1 point
- 3) What is the median of this series? Compute the quartile range. 1.5 points
- 4) Now consider only workers traveling at least one kilometer from home to office. In that sub-sample, what is the percentage of workers living at least 05 (five) kilometers from office? 1 point

Exercise 2: Hypothesis testing

In a chain of stores, an average of 25 articles per week is sold. A recent survey on a sample of 36 stores has given an average of 30 articles sold per week. The manager is thinking of hiring new sellers. We suppose the standard deviation to be known and equal to 8.

- 1) a) Define null and alternative hypothesis
- b) Define errors of type 1 and type 2, gives an example in each case. (0.5+1 points)
- 2) Set $\alpha=0.05$, considering the statistic test is based on the sample mean, set the decision rule and compute the threshold v that matches α . 1.5 points
- 3) Answer to question 2) using p-value method. 1 point
- 4) What is the sample optimal size, considering a 0.05 level of accuracy. 1 point

Exercise 3: Bivariate distribution.

The table below gives information on grape supply and prices:

Quantity x (ton)	100	120	84	78	87	80	110	95
Average price Y per kg	1.60	1.40	1.95	2.10	1.75	2.25	1.50	1.80

1. Compute the linear correlation coefficient between X and Y . 1 point
2. Give the least square regression equation (without computing, give the sign of the slope of the least square line). 1.5 points
3. Suppose the average price, given the quantities supplied, is determined by the equation in question 2. Is the global income, earned from the sale of the whole quantity of grape, an constantly increasing function of X ? If not, what is that critical value x that producers should not exceed? 2.5 points

Exercise 4: Normal distribution

Representative monthly earnings (in euro) are supposed to follow a normal distribution. The following earning classes have been observed:

earning $> 3\,000$: 4.46 %
 2 400 $< \text{earning} \leq 3\,000$: 93.26 %
 earning $\leq 2\,400$: 2.28 %

1. State the central limit theorem. 1 point
2. Compute the mean and standard deviation of the contemplated normal distribution. 2 points
3. Suppose monthly earnings are independent, what is the probability of 3-month cumulative earnings? 1 point
4. What is the probability that the representative earns more than 8 700 € in 3 months? 1 point