UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NORMALE SUPERIEURE D'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE
B.P. 1872 Douala-Cameroun
Tél. (237) 33-01-44-66 - email : ...

Concours d'entrée en troisième année : session d'Octobre 2016
Epreuve de physique pour BTS EN, ET, FC
Durée : 4h

Coeg 8

La machine à découpage étudiée doit assurer le déplacement de l'outil selon trois axes X, Y et Z. Ces déplacements sont créés par trois moteurs à courant continu à aimants permanents. L'épreuve porte sur la commande de l'axe Y.

1- ETUDE DU MOTEUR

1.1 –mise en équation

Le moteur est considéré comme un récepteur électrique alimenté par une tension continue u(t), exprimée en volts, qui peut varier au cours du temps. Sa force électromotrice est notée e(t) et sa résistance R. on néglige son inductance d'induit. Son couple moteur est noté $C_m(t)$ et sa vitesse angulaire $\Omega(t)$. Il absorbe le courant I(t), toujours exprimé en ampères.

Le flux magnétique par pole est considéré comme constant et seules les pertes par effet joule sont prises en considération.

Dans ces conditions, k étant la constance caractéristique du moteur, on rappelle que :

$C_m(t)=k\,i(t)$ (équation 1) $e(t)=k\,\Omega(t)$. (équation 2)

1.1.1. Etablir le schéma équivalent électrique du moteur alimenté par la tension u(t) et traversé par le courant I(t). écrire la loi de la maille correspondante (équation 3)

1.1.2. Lorsque la machine n'effectue pas un travail de coupe, le moteur, s'il fonctionne, fonctionne « à vide » : tous les couples résistants susceptibles de s'exercer sur son arbre sont alors supposés nuls. Le moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur est noté J.

1.1.3. Ecrire dans ces conditions, la relation fondamentale de a dynamique pour les solides en rotation autour d'un axe (équation 4). Cette équation différentielle relie les variables $C_m(t)$ et $\Omega(t)$ et le paramètre J.

1.2. Calcul de la réponse indicielle du moteur alimenté sous une tension fixe

1.2.1. On note U(p), I(p), $C_m(p)$, $\Omega(p)$ et E(p) les transformées de Laplace respectives de u(t), I(t), $C_m(t)$, $\Omega(t)$ et e(t). Montrer, en complétant les blocs du schéma causal de la figure 1, que ce schéma traduit les équations (1), (2), (3) et (4).

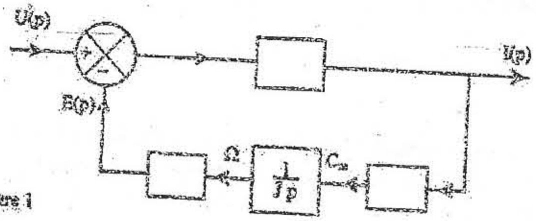


Figure 1

1.2.2. Déduire de la question précédente les expressions des transmittances $H_1(p)$ et $K_1(p)$ de la figure 2, en les inscrivant dans les blocs correspondants.

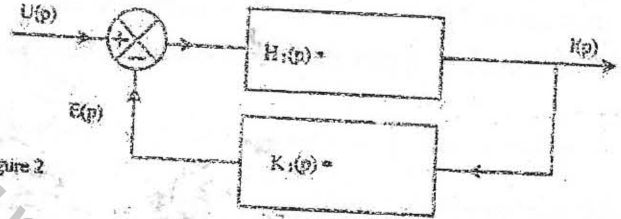


Figure 2

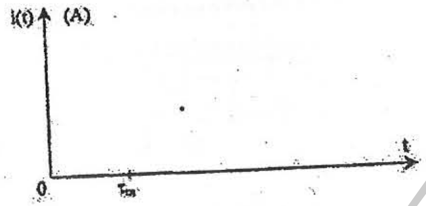
1.2.3. Déterminer la fonction de transfert $T_3(p)=\frac{I(p)}{U(p)}$ et la mettre sous la forme $T_3(p)=\frac{\tau_m p}{R(1+\tau_m p)}$. exprimer la constante de temps τ_m

Et calculer sa valeur sachant que R=2,5 Ω ; K=0,20 V.s.rad^{-1} ; J=4,0x10^{-4} kg.m^2. Calculer numériquement $T_3(p)$.

1.2.4. Calculer la réponse I(t) à un échelon de tension de 30 volts appliqué aux bornes du moteur. On rappelle les relations suivantes :

$\frac{p}{A}\xrightarrow{TL^{-1}} A$ et $\frac{p}{A+a}\xrightarrow{TL^{-1}} e^{-at}$

1.2.5. Tracer le graphe de I(t) en y représentant la tangente à l'origine.



1.2.6. A partir des hypothèses admises (inductance négligeable, couples résistants nuls), justifiez physiquement les valeurs trouvées pour i(0) et i(∞).

1.2.7. Le constructeur du moteur donne I_{max}=4,8A. comparer I_{max} et la valeur i(0) précédente (question 1.2.5). Calculer la valeur maximale U_0 de l'échelon de tension qui appliqué directement au moteur, permet à i(t) de ne pas dépasser la valeur I_{max}= 4,8A.

1.2.8. On applique au moteur un échelon de tension d'amplitude U_0(valeur déterminée ci-dessus). Quelle est la vitesse angulaire maximale Ω_{max} atteinte par le rotor ? en déduire la fréquence de rotation correspondante n_{max}(en tr.s^{-1}).

2. ETUDE DE LA BOUCLE DE COURANT

Cette étude concerne la phase de la mise en route de la machine, avant son travail de découpe. Dans cette partie aussi, l'influence de l'inductance L de l'induit du moteur et tous les couples résistants sont négligés.

La vitesse angulaire Ω_{max} précédente est trop faible ; il faut pouvoir augmenter la tension u(t) au-delà de 12 volts tout en limitant le courant i(t) dans les phases de démarrage. On y parvient grâce à une boucle d'asservissement appelé boucle de courant dont la variable d'entrée est le courant de consigne i_c(t).

Pour pouvoir comparer i(t) à i_c(t), on prélève la tension au bout d'une petite résistance r placée en série avec l'induit parcouru par i(t).

Le moteur est alimenté par un hacheur à largeur d'impulsion modulée (PWM) de rapport cyclique α variable et de fréquence constant élevée (16kHz) devant la bande passante du système. Ce hacheur est lui-même alimenté par deux tensions +V_{cc} et −V_{cc} et tout ce passe comme si le moteur était alimenté par une tension u(t)= α(t) V_{cc} avec -1 ≤α(t)≤1. Il en résulte que la tension v_r(t)=ri(t) et v_c(t)=ri_c(t) et où :

T_1(p) représente la transmittance d'un correcteur qui sera étudié un peu plus loin ;

T_2(p) =V_{cc}/rI_{cmax} représente la transmittance simplifiée du hacheur, I_{cmax} étant la valeur maximale du courant de consigne ;

$T_3(p) = \frac{1}{R}\frac{\tau_m p}{1+\tau_m p}$ représente la transmittance du moteur et R la résistance de son induit.

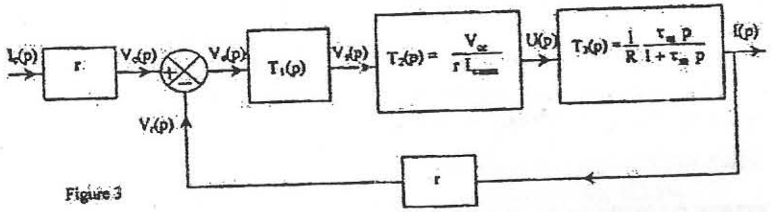


Figure 3

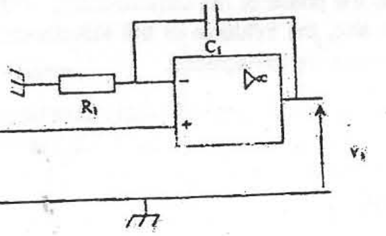


Figure 4

2.1. Calcul de la transmittance $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$

2.1.1. Pour le correcteur, on adopte la structure de la figure 4. Calculer

$$T_1(p) = \frac{V_S(p)}{V_e(p)}$$

2.1.2. Quelle valeur doit – on donner à la constante $\tau_1 = R_1 C_1$ du correcteur si l'on veut que le schéma fonctionnel de la figure 5, équivalent à celui de la figure 3, se réduise à celui de la figure 6 où K est une constante que l'on calculera en fonction de V_{cc} , R et I_{cmax}. Compléter la figure 6.

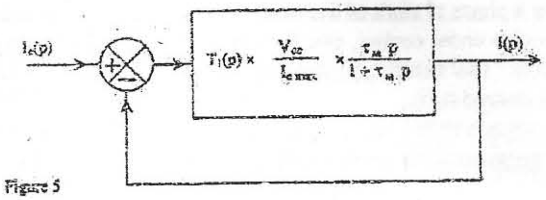


Figure 5

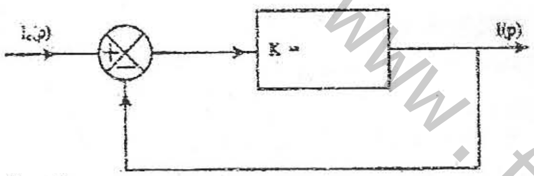


Figure 6

2.1.3. Ces conditions étant réalisées, calculer C_1 si $R_1 = 100k\Omega$ et $\tau_m = 25ms$

2.1.4. Calculer alors la transmittance en boucle fermée $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$ en fonction de K

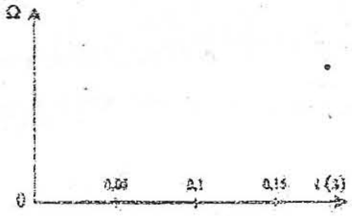
2.1.5. A.N : V_{cc}=60V ; R= 2,5Ω et I_{cmax}= 4,8 A
Quelle est la relation simple obtenue entre i(t) et $i_c(t)$

2.2. Mise en vitesse du moteur

2.2.1. On donne $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{5}{6} = cte$ et on applique à l'entrée de la boucle représentée figure 3 un échelon de consigne $i_c(t)$ de 5,76 Ampères alors que la vitesse angulaire initiale Ω(0) est nulle. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique pour les solides en rotation autour d'un axe, calculer Ω(t)

Rappel : k=0,2 $V.s.rad^{-1}$; $J=4,0 \times 10^{-4}$ $kg.m^2$; $\frac{a}{p^2} \xrightarrow{TL^{-1}} at$

2.2.2. Tracer le graphe de Ω(t) pour 0≤ t ≤0,15 s. quel est le temps nécessaire pour obtenir une vitesse de 240 $rad.s^{-1}$



3. ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE

Cette étude concerne une phase de travail de la machine lorsqu'elle effectue une coupe. Pour asservir la vitesse du moteur, on fixe sur son axe une génératrice tachymétrique de f.e.m $e_g(t)=k_g\Omega(t)$. Cette f.e.m $e_g(t)$ est comparée à une tension de commande $u_c(t)$, image de la vitesse désirée $\Omega_c(t)$.

La fraise du chariot porte-outil étant au travail, l'effort de coupe se traduit par l'apparition sur l'axe moteur d'un couple résistant de type visqueux égal à $4,0 \times 10^{-3}$ $N.m.s.rad^{-1}$. L'apparition de ce couple de frottement modifie la transmittance $T_3(p) = \frac{I(P)}{U(P)}$. Ce pendant à l'aide d'un correcteur approprié, on parvient, lors du fonctionnement en charge du moteur à obtenir l'égalité $i(t)=ai_c(t)$, la transmittance $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$ est donc réelle et telle que $W(p) = a$, avec a=0,50. Contrairement à ce qui a été supposé dans la partie 2, la relation $i(t)=ai_c(t)$ n'est donc pas assurée pendant la phase de mise en route de la machine, mais pendant la phase de travail (le courant i reste cependant convenablement maîtrisé lorsque le moteur fonctionne « à vide »).

Le système peut donc se décrire à l'aide du schéma fonctionnel de la figure 7 dans lequel $T_5(p)$ est la transmittance d'un correcteur, r=0,25 Ω est la résistance d'exploration du courant i(t) traversant le moteur, k_g la constance de force électromotrice de la génératrice tachymétrique avec $k_g= 8,0 \times 10^{-2}$ $V.s.rad^{-1}$ et $T_6(p)= \frac{\Omega(p)}{I(p)}$. $U_c(p)$ est la transformé de Laplace de la tension de commande $u_c(t)$.

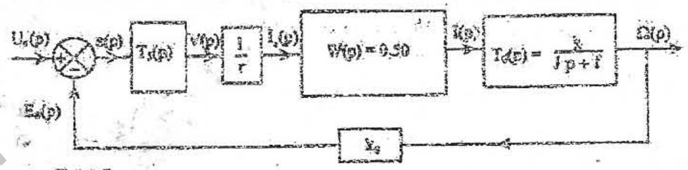


Figure 7

3.1. Simplification du schéma fonctionnel

3.1.1. Justifier l'expression de la transmittance $T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{I(p)} = \frac{k}{Jp+f}$

3.1.2. AN : k=0,2 $V.s.rad^{-1}$; $f=4,0 \times 10^{-3}N.m.s.rad^{-1}$, r=0,25Ω et $J=4,0 \times 10^{-4}$ $kg.m^2$

Calculer $T_6(p)$ et la mettre sous la forme $\frac{T_0}{1+\tau p}$. Donner les valeurs T_0 et de τ.

3.2. Introduction d'un correcteur

En l'absence d'un correcteur, le courant de consigne $I_c(t)$ pourrait être beaucoup trop élevé.

3.2.1. On réalise un correcteur de transmittance $T_5(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{8}\frac{1+\tau p}{\tau p}$ où τ est la valeur définie en **3.1.2.** Proposer une structure permettant d'obtenir se résultat.

3.2.2. en utilisant le résultat de la question **3.1.2** et l'expression $T_5(p)$, réduire schéma fonctionnel de la figure 7 à celui de la figure 8. Calculer numériquement $T_7(p)$

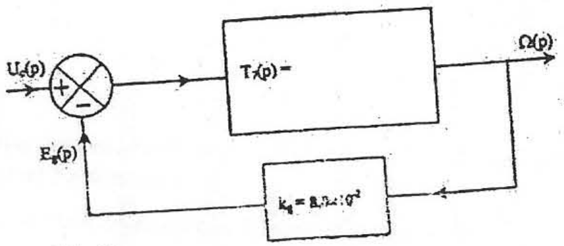


Figure 8

3.2.3. Calculer numériquement la fonction de transfère corrigée en boucle

$T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)}$ et la mettre sous la forme $\frac{T_{co}}{1+\tau_c p}$

3.2.4. A partir de ce résultat et celui de la question **3.1.2.** donnant $T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{I(p)}$, montrer que le rapport $\frac{I(p)}{U_c(p)}$ est constant et calculer sa valeur.

3.2.5. Soit $U_c(t)$ un échelon de tension d'amplitude 19,2 volts. Déterminer la valeur de i(t) pour t>0.

3.2.6. Avec cette entrée $U_c(t)$, déterminer $\Omega(\infty)$; caractériser l'erreur en régime permanant correspondant.

3.2.7. Quelle est, en régime permanant la tension aux bornes du moteur ?

UNIVERSITY OF DOUALA
****
HIGHER TECHNICAL TEACHER TRAINING COLLEGE
****
P.O Box 1872 Douala-Cameroon.
Tél. (237) 33-01-44-00 - email : cabenset@yahoo.fr

Competitive entrance in 3rd year: session 2016

Physics paper for HND : EN, ET, FC

Duration: 4h Gef 3

The cutting machine studied must ensure the displacement of the tool along three axes X, Y and Z. These displacements are created by three D.C. current powered engines with permanent magnets. The test focuses on the control of the Y axis

1 STUDY OF THE ENGINE

1.1 Equation's setting

The engine is considered as an electric receiver supplied with a DC voltage u(t), expressed in volts, which may vary over time . Its electromotive force is denoted e(t) and resistance R. one neglects its armature inductance. Its torque is noted $C_m(t)$ and its angular velocity Ω (t). It absorbs the current I (t), always expressed in amperes.

The magnetic flux per pole is assumed constant and only the Joule effect losses are taken into account.

Under these conditions, k being a constant characteristic of the engine, one recalls that:
Cm (t) =kI (t) (equation 1) e (t) k = Ω (t). (Equation 2)

1.1.1. To establish the electrical equivalent diagram of the engine powered by the voltage u (t) and crossed by the current I (t). Write the laws of the corresponding mesh (Equation 3)

1.1.2. When the machine does not carry out cutting, the engine, if it works, it ticks over; all resistant couples (torques) liable to act on its axis are then assumed to be zero. The inertia momentum reduced to the motor shaft is noted J.

Write under these conditions, the dynamic fundamental relation for solids rotating around an axis (equation 4). This differential equation connects C_m (t) and Ω (t) variables with the parameter J.

1.2. Calculation of the index response of the engine supplied under a fixed voltage

1.2.1. U (p), I (p), C_m (p), Ω (p) and E (p) are respectively the Laplace transforms of u (t), I (t), C_m (t), Ω (t) and e (t). Show, by supplementing the blocks of the causal diagram of figure 1, that this diagram interprets the equations (1), (2), (3) and (4).

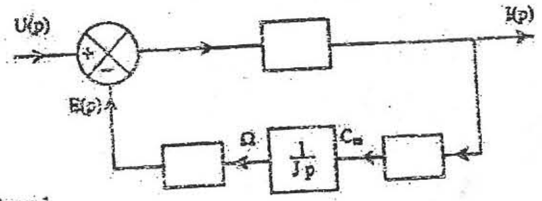


Figure 1

1.2.2. Deduce from the preceding question, the expressions of transmittances H_1(p) and K_1 (p) of figure 2, by registering them in the corresponding blocks.

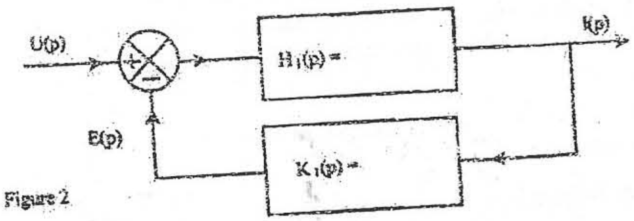


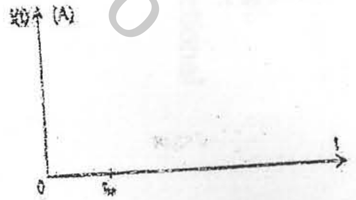
Figure 2

1.2.3. Determine the transfer function $T_3(p)=\frac{I(p)}{U(p)}$ and put it in the form $T_3(p) = \frac{\tau_m P}{R(1+\tau_m P)}$. Express the time-constant τ_m and calculate its value with R=2.5Ω; K=0.20V.s.rad^{-1}; J=4.0x10^{-4} kg.m². Calculate T_3 (p) numerically.

1.2.4. Calculate the response I(t) at a voltage level of 30 volts applied at the poles of the engine. One recalls the following relations:

$$\frac{P}{A} \xrightarrow{TL^{-1}} A \text{ et } \frac{P}{A+a} \xrightarrow{TL^{-1}} e^{-at}$$

1.2.5. Trace the graph of I(t) by representing the tangent at the origin.



1.2.6. From the hypothesis made (negligible inductance, null resistive torques), physically justify the values found for I (0) and I (∞).

1.2.7. The engine manufacturer gives I_{max} = 4.8A. Compare I_{max} to the previous I (0) value (1.2.5 question). Calculate the maximum value U_0 of the voltage level, whose applied directly to the engine, does not allow i (t) to exceed the value I_{max} = 4.8A.

1.2.8. One applies the engine with voltage level amplitude U_0 (value determined above). What is the maximum angular speed Ω_{max} reached by the rotor? Deduce the corresponding rotation frequency, n_{max} (in tr.s^{-1}).

2 STUDY OF THE CURRENT LOOP

This study concerns the phase of the commissioning of the machine before cutting job. In this section also, the influence of the inductance L of the engine armature and the resistive torques are all neglected.

The previous angular velocity Ω_{max} is very weak; must be able to increase the voltage u (t) beyond 12 volts while limiting the current I(t) in the starting phases. This is achieved through a feedback loop called loop current, the input variable is the reference current Ic(t).

To Compare I(t) and I_c(t), the voltage is removed after a small resistor r linearly mounted with the induced through which I(t) flows.

The engine is powered by a chopper pulse width modulated (PWM) variable duty cycle α constant and high frequency (16 kHz) to the system bandwidth. The chopper itself is powered by two voltages $+V_{cc}$ and $-V_{cc}$ and everything happens as if the engine was powered by a voltage u(t) = α(t)V_{cc} with -1 ≤α(t)≤1. It follows that the voltage V_r(t) = rI(t) and V_c(t) = rI_c(t) and where:

T_1(p) represents the transmittance of a correction which will be discussed a little further; $T_2(p) = V_{cc}/rI_{cmax}$ represents transmittance of the simplified chopper I_{Cmax} is the maximum value of the current point;

$T_3(p) = \frac{1}{R}\frac{\tau_m p}{1+\tau_m p}$ represents the transmittance of the engine and the resistance R are induced.

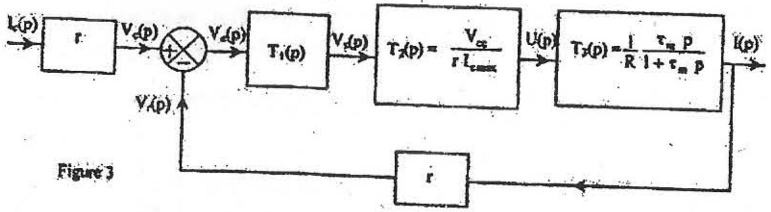


Figure 3

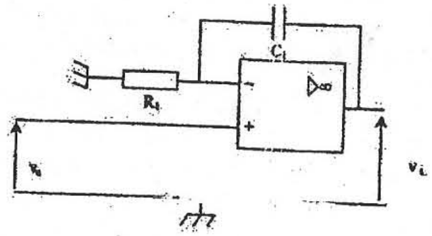


Figure 4

2.1. Calculation of transmittance $w(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$

2.1.2. For the corrector is adopted; the structure of Figure 4 is considered. Calculate

$$T_1(p) = \frac{V_1(p)}{V_e(p)}$$

2.2.2. What value should be given the constant $\tau_1 = R_1C_1$ of the corrector if it is desired that the block diagram of Figure 5, equivalent to that of Figure 3, being reduced to that of Figure 6 where K is a constant we will calculate function of V_{cc}, R and I_{Cmax}. Complete figure 6.

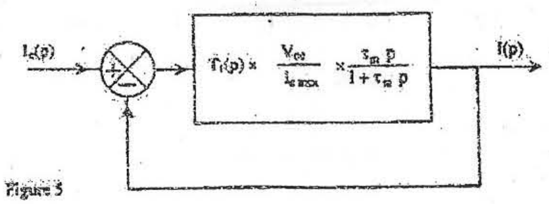


Figure 5

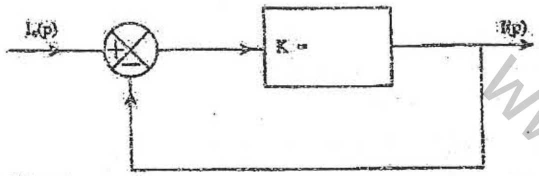


Figure 6

2.1.3. These conditions are achieved R_1 = 100kΩ, calculate C_1 if and $\tau_m = 25ms$

2.1.4. Calculate the closed loop transmittance $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$)) in function of K

Application: V_{cc} = 60V; R = 2,5Ω and I_{Cmax}=4,8 A

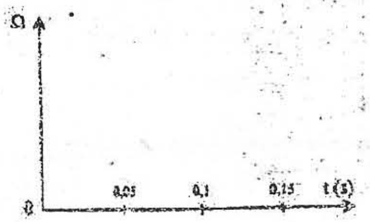
What is the simple relation obtained between I(t) and $I_c(t)$

2.2. Speeding of the engine

2.2.1. One gives $w(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{5}{6} = cte$ and is applied to the input of the loop shown in Figure 3, a set point step Ic (t) of 5.76A while the initial angular velocity Ω(0) is zero. By using the basic relationship of the dynamics for solid in rotation about an axis.compute Ω (t)

Recall: k = 0.2 V.s.rad^{-1}; J = 4.0 × 10^{-4} kg.m^2; $\frac{a}{p^2} \xrightarrow{TL^{-1}} at$

2.2.2. Trace the graph of Ω(t) for 0 ≤ t ≤ 0,15s, what is time necessary to obtain a speed of 240 rad.s^{-1} ?



3. STUDY OF THE SPEED AUTOMATIC CONTROL

This study concerns a phase of work of the machine when it carries out a cut. To set the speed of the engine under control, one fixes on his axis a tachymetric generator of e.m.f. $e_g(t)=k_g\Omega(t)$. This e.m.f. $e_g(t)$ is compared with a command voltage $U_c(t)$, image of speed the desired $\Omega_c(t)$.

The bit of the tool carrier's trolley being working, the cutting effort is reflected by the emergence on the engine axis, of viscous resistant torque equal to 4.0×10^{-3}Nmsrad^{-1}

The appearance of this friction torque changes the transmittance $T_3(p) = \frac{I(P)}{U(P)}$.

Meanwhile, with a suitable correction, it is possible, when operating in the loaded engine mode, to achieve identity $I(t)=aI_c(t)$, the transmittance of $W(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$ is real and so that W(p) = a, with a = 0.50. In opposition to assumptions in Part 2, the relation $I(t)=aI_c$ (t) is not ensured during the startup phase of the machine, but during the work phase (the current I however, remains properly mastered with the engine running "empty").

The system may be described using the block diagram of Figure 7 wherein T_5 (p) is the transmittance of a corrector, r = 0.25Ω is the exploration resistance of current I(t) passing through the engine, the electromotive force constant k_g of the tachymetric generator with k_g= 8.0 ×10^{-2} V.s.rad^{-1} and $T_6(p)= \frac{\Omega(p)}{I(p)}$ is the Laplace transform of the control voltage uc (t).

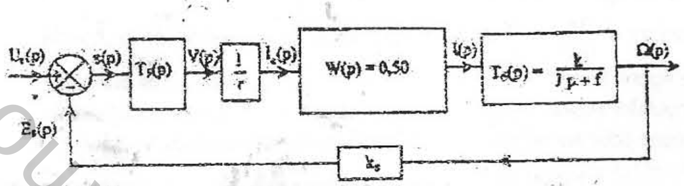


Figure 7

3.1. Simplification of the block diagram

3.1.1. Justify the expression of transmittance $T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{I(p)} = \frac{k}{jp+f}$

3.1.2. Application: k = 0.2 V.s.rad^{-1}; f = 4.0 × 10^{-3}N.msrad^{-1}; r = 0,25Ω and J=4.0× 10^{-4} kg.m^2

Calculate $T_6(p)$ and put it in the form $\frac{T_0}{1+\tau p}$. Give the values T_0 and τ.

3.2. Introduction of a corrector

In the absence of a corrector, the reference current $i_c(t)$ could be too high.

3.2.1. One realises a corrector of transmittance $T_5(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{8}\frac{1+\tau p}{\tau p}$ / where τ is the value defined into **3.1.2.** Propose a structure allowing obtaining this result.

3.2.2 By using the result from 3.1.2 and the expression of $T_5(p)$, reduce functional diagram of figure 7 to that of figure 8. Calculate numerically $T_7(p)$

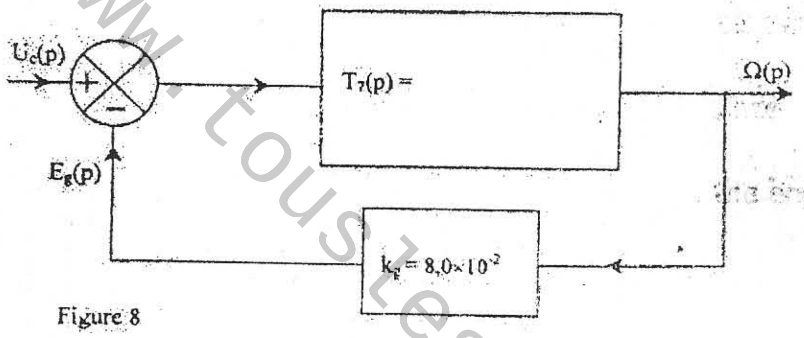


Figure 8

3.2.3. Calculate numerical values of the transfer functions corrected in loop

$T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)}$ and put it in the form $\frac{T_{co}}{1+\tau_c p}$

3.2.4. From this result and that of question **3.1.2.** giving $T_6(p) = \frac{\Omega(p)}{I(p)}$, show that the ratio $\frac{I(p)}{U_c(p)}$ is constant and calculate its value.

3.2.5. Let U (t) a voltage level of amplitude 19.2 volts. Determine the value of i(t) for t>0.

3.2.6. With this input $U_c(T)$, determine $\Omega(\infty)$; characterize the error in the corresponding permanent regime.

3.2.7. What is in permanent regime, the terminal voltage of the engine?