

EXERCICE 1 : (5 PTS)

let $f \in D$ définie par $f(x) = x(2\pi - x)$ for everything $(x \in]0; 2\pi[$ of period 2π
Represent this function on $] -4\pi; 4\pi[$, develop f in FOURIER series (after justification).
deduct the sums of the following series ; ; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

Exercice II 6pts

Solve the following differential system $X'(t) = AX(t)$ or $A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -4 & 12 & 3 \end{pmatrix} \in$

$M_3(\mathbb{R})$ with

$$X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \quad X'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}$$

EXERCICE III 5pts

solve using the Laplace transform, the differential equation (causal solution)

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{-t} \cos(2t) \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$$

Exercice IV 4pts

Calculate

$\iint_{\Delta} xy dx dy$ où Δ is the part of the plan limited by the parabolas d equations $y = x^2$ and $x = y^2$

Find the extremums of $f(x, y) = x^2 + y^2$ on $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

EPREUVE DE (PAPER) : MATHEMATIQUES (MATHEMATICS) BTS IND
Durée (Time) : 4 heures (Hours)

EXERCISE 1 : (5PTS)

soit $f \in D$ définie par $f(x) = x(2\pi - x)$ pour tout $x \in]0; 2\pi[$ (de période 2π)
Représenter cette fonction sur $] -4\pi; 4\pi[$, développer f en série de fourrier (après justification).

En déduire les sommes des séries suivantes $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$,
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

Exercice II 6pts

Résoudre le système différentielle suivant $X'(t) = AX(t)$ où $A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -4 & 12 & 3 \end{pmatrix}$

$\in M_3(\mathbb{R})$ avec

$$X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \quad X'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}$$

EXERCICE III 5pts

Résoudre en utilisant la transformée de LAPLACE, l'équation différentielle (solution causale)

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{-t} \cos(2t) \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$$

Exercice 4pts

Calculer

$\iint_{\Delta} xy dx dy$ où Δ est la partie du plan limité par les paraboles d'équations $y = x^2$ et $x = y^2$

Trouver les extrema de $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6xy$ sur $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 1, y \leq 1\}$