ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Quelles Interprétations peut-on donner du proverbe peul suivant dans différents contextes (ville ou village, pays, Afrique, monde) ?

«Les hautes herbes peuvent avaler les pintades, mais elles ne peuvent étouffer leurs cris.»

Sujet n° 2

Commentez ce proverbe guinéen qui évoque la prévoyance :

«Ce n'est pas le jour du combat qu'on aiguise sa lance.»

Que veut-il dire ? Expliquez avec des exemples précis.

Sujet n° 3

Que signifie ce proverbe arabe ?

«Les proverbes sont les lampes des mots.»

Expliquez à l'aide d'exemples.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les deux problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Problème 1

On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies, pour tout entier naturel n, par :

$u_0 = 0$; $u_{n+1} = (3u_n + 1)/4$

$v_0 = 2$; $v_{n+1} = (3v_n + 1)/4$

1. Donner les valeurs numériques de (u_n) et (v_n) pour n = 1, 2, 3.

2. Etudier la monotonie des suites (u_n) et (v_n).
   Montrer que, pour tout n, $u_n < v_n$.

3. On considère la suite $s_n = u_n + v_n$; calculer s_0, s_1, s_2. Montrer que la suite (s_n) est une suite constante.

4. On considère la suite $t_n = v_n - u_n$.
   Calculer t_{n+1} en fonction de t_n.
   En déduire l'expression de t_n en fonction de n.

5. Déduire de ce qui précède les expressions de (u_n) et (v_n) en fonction de n.

6. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) convergent et calculer leurs limites respectives.

Problème 2

Partie I

Le symbole Ln désigne le logarithme népérien.
Soit n un entier naturel, $n \geq 2$.
On considère les fonctions f_n définies pour $x > 0$ par :

$$f_n(x) = (1 + n\text{Ln}x) / x^2$$

1. Calculer la dérivée f_n' de f_n. Etudier le signe de $f_n'(x)$.

2. Donner la solution a(n) de l'équation $f_n(x) = 0$. Etudier la suite a(n) et trouver la limite de a(n) quand $n \to +\infty$.

3. Déterminer les limites de f_n quand $x \to 0_+$ et quand $x \to +\infty$.
   Construire le tableau de variations de f_n. Donner la valeur M(n) du maximum de f_n.

4. On note par C_n la courbe représentative de f_n dans le repère orthonormé usuel. Tracer les courbes C_2 et C_3 sur le même graphe.

5. On définit la fonction $D_n(x) = f_{n+1}(x) - f_n(x)$. Quelle est sa particularité ?
   Expliquer très précisément comment il serait possible de construire point par point la courbe C_4 représentant f_4.

Partie II

6. Soit g(x) la fonction définie pour $x > 0$ par $g(x) = (\text{Ln}x) / x^2$.
   Calculer l'intégrale indéfinie $I = \int g(x)dx$.
   En déduire l'aire A(n) du domaine délimité par les courbes C_n et C_{n+1}, les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x= e$.

7. On note par B(n) l'aire du domaine délimité par la courbe C_n et les droites d'équations respectives $x = 1$, $x= e$ et $y = 0$.
   Calculer B(n).

8. Etudier la nature de la suite B(n). Que vaut la limite de B(n) quand $n \to +\infty$?

Partie III

Dans cette partie, on suppose $n \geq 3$. On cherche à résoudre l'équation (E) $f_n(x) = 1$.

9. On pose $u(n) = e^{(n-2)/2n}$.
   Montrer que, $\forall\ n \geq 3$, $u(n) > 1$.
   Montrer également que, $\forall\ n \geq 3$, $f_n(u(n)) > 1$.

10. L’équation (E) $f_n(x) = 1$ a-t-elle une solution sur l’intervalle $]1, u(n)[$?

11. Démontrer que l’équation (E) $f_n(x) = 1$ admet une solution et une seule sur l’intervalle $D = [u(n), +\infty[$. On notera par $\alpha(n)$ cette solution.

12. On considère la suite $(\alpha(n))$, $n \geq 3$.
    Montrer que pour $n \geq e^2$, on a : $f_n(n^{1/2}) \geq 1$.
    En déduire que, pour $n \geq 8$, on a l’inégalité $\alpha(n) \geq n^{1/2}$.
    Donner la limite de la suite $\alpha(n)$ quand $n \to +\infty$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet n°1

Depuis quelques décennies, la mondialisation des échanges n'empêche pas la multiplication des accords commerciaux, économiques et financiers visant la constitution de « blocs régionaux ». **En vous limitant à la seule dimension commerciale**, il vous est demandé d'exposer les fondements théoriques des processus d'intégration régionale. (Vous n'oublierez pas de rappeler les conséquences d'une asymétrie des agents – pays, ou firmes – sur le fonctionnement des marchés et sur le bien-être).

Vous illustrerez ces rappels théoriques d'exemples récents pris à la fois dans le monde développé et dans les économies émergentes.

Sujet n° 2

L'analyse néo-classique relative au fonctionnement du marché des capitaux prédit qu'une libre circulation des capitaux (intégration économique internationale) doit effacer pour chaque pays les liens entre effort d'épargne et investissement. Pourtant, Feldstein et Horioka ont montré en 1980 que se maintenait une forte corrélation entre les épargnes et les investissements nationaux (ce que l'on appelle « paradoxe de Feldstein-Horioka »). Des études plus récentes tendent à confirmer au moins partiellement l'actualité du débat. Après avoir rappelé les fondements théoriques de la relation entre épargne et investissement, il vous est demandé d'expliquer le constat de Feldstein et Horioka en vous appuyant sur des exemples empiriques.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les trois problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Problème 1

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé usuel d'origine O, on considère les deux droites parallèles D et Δ d'équations respectives $y = -1$ et $y = 2$.
On notera par R la rotation de centre O et d'angle $+\pi/3$.

1. Soit M un point quelconque du plan, de coordonnées x_M et y_M. Déterminer les coordonnées X et Y du transformé de M par la rotation R.

2. Donner l'équation de D', transformée de D par la rotation R.
   Trouver les coordonnées du point A intersection de D' et Δ.

3. Quelles sont les coordonnées de B, image de A par la rotation de centre O et d'angle $-\pi/3$?

4. Caractériser le triangle OAB. Calculer sa surface.

Problème 2

Le symbole Ln désigne le logarithme népérien.
Soit n un entier naturel strictement positif. Pour tout n, on définit l'intégrale :

$$J(n) = \int_1^e (\mathrm{Ln}x)^n \, dx$$

1. Calculer J(1).

2. Montrer que J(n) et J(n+1) sont liées par une relation de la forme $J(n+1) = a + bJ(n)$ où a et b sont des paramètres que l'on précisera.
   En déduire les valeurs de J(2), J(3) et J(4).

3. Etudier très précisément la suite J(n) (signe, croissance ou décroissance). Quelle est sa limite ? Quelle est la limite de nJ(n) ?

Problème 3

Une loterie est constituée par une urne contenant un ensemble de n billets tous différents ($n \geq 3$) dont deux seulement sont gagnants.
L'objet du problème est de comparer deux stratégies de tirage.

1. Stratégie n°1 : Un joueur tire au hasard et simultanément deux billets dans l'urne.
   On note par X la variable aléatoire qui donne le nombre de billets gagnants parmi les deux billets tirés par le joueur.
   a) Calculer les probabilités $p(x) = P(X = x)$, pour $x = 0, 1, 2$.
   b) Calculer E(X), espérance de X, et V(X), variance de X.
   c) Application numérique : $n = 10$

2. Stratégie n°2 : Un joueur tire au hasard successivement deux billets dans l'urne, remettant le premier billet dans l'urne avant de procéder au second tirage.
   Dans ce mode de tirage, on note par Y la variable aléatoire qui donne le nombre de billets gagnants parmi les deux billets tirés par le joueur.
   a) Déterminer la loi de probabilité de Y.
   b) Calculer E(Y) et V(Y).
   c) Application numérique : $n = 10$

3. On s'intéresse maintenant à la probabilité d'avoir un et un seul billet gagnant parmi les deux billets choisis.
   On note : $a(n) = P(X = 1)$ et $b(n) = P(Y = 1)$.
   a) Montrer que pour tout entier $n \geq 3$, on a la relation :

$$a(n) - b(n) = 4(n-2) / n^2(n-1)$$

   b) Déterminer un entier naturel n^* tel que, pour tout $n \geq n^*$, on ait : $a(n) - b(n) < 10^{-3}$

4) L'objectif est maintenant de gagner à cette loterie : parmi les deux stratégies étudiées, laquelle préférez-vous ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

Question 1

Un chargé d'études doit fournir à sa hiérarchie une estimation du solde commercial pour les années 2003 et 2004 de la France. Pour ce faire, il dispose des données sur les cinq dernières années. Il définit les variables suivantes :

X : « année »

Y : « montant des exportations françaises (en milliards d'euros) »

Il dresse le tableau ci-dessous :

Montant des exportations
(en milliards d'euros)

Année (X)	France (Y)
1998	271,0
1999	281,5
2000	323,2
2001	328,6
2002	323,0

Il vous est demandé de calculer le coefficient de corrélation entre les deux variables X et Y et de faire un graphique représentant le nuage de points.

Question 2

A l'aide de la méthode des moindres carrés, au vu du graphique établi à la question précédente, il vous est proposé de chercher la droite de régression entre X et Y (notée Y estimé = aX+b). On rappelle que a est le quotient entre la covariance de X et de Y et la variance de X.

Calculer a et b.

Question 3

A partir de la question précédente, donner une estimation de Y pour les années 2003 et 2004

Question 4

Question 4

A partir de la droite trouvée à la question 2, on peut calculer des valeurs estimées de Y pour les années étudiées. Les résultats vous sont donnés dans le tableau ci-dessous. Compléter ce tableau :

X	Y	Y estimé	E = Y – Y estimé
1998	271,0	275,2	-4,2
1999	281,5	290,4	$e_2 = ?$
2000	$Y_3 = ?$	305,5	$e_3 = ?$
2001	328,6	$Y_4 = ?$	8,0
2002	323,0	$Y_5 = ?$	$e_5 = ?$
Moyenne	305,5	305,5	$E(e) = ?$
Variance	583,9	456,6	127,3

(en milliards d'euros)

Vous pouvez observer que la variance de Y est la somme de la variance de Y estimé et de la variance de l'écart entre Y et Y estimé, pouvez-vous justifier cette égalité ?

Question 5

La valeur « Y estimé » par le modèle aX+b est d'autant « meilleure » que le rapport entre la variance de « Y estimé » et la variance de Y est proche de 1. Ce rapport est le coefficient de détermination. C'est aussi le carré du coefficient de corrélation. Calculer celui-ci.

Question 6

Le solde commercial est la différence entre les exportations et les importations. On cherche à estimer ce solde pour les années 2003 et 2004. Pour ce faire, deux méthodes sont proposées :

- Méthode 1 : on procède de la même façon que pour les exportations pour la variable « importations », puis, à partir des deux estimations obtenues pour chacune des années, on calcule le solde commercial estimé ;
- Méthode 2 : on fait une régression linéaire directement sur la variable « solde commercial ».

Année (X)	Montant des exportations (Y)	Montant des importations (Z)	Montant du solde commercial (S)
1998	271,0	261,6	9,4
1999	281,5	276,5	5,0
2000	323,2	336,3	-13,1
2001	328,6	333,7	-5,1
2002	323,0	322,0	1,0
2003 (chiffres estimés)	350,8	359,4	-8,6
2004 (chiffres estimés)	365,9	377,2	-11,3

(en milliards d'euros)

Le coefficient de corrélation entre X et Z est égal à 0,81 et celui entre X et S vaut -0,48. A partir de ces éléments, quelle méthode d'estimation du solde commercial préconisez-vous ?

Question 7

A partir des six tableaux ci-après, il vous est demandé de rédiger un article de 25 lignes maximum sur le commerce extérieur en 2003 dans une région française.

(source des données : Douanes)

Tableau 1 – Données CAF/FAB hors matériel militaire
(en millions d'euros)

	Export	Import	Solde
1998	3 678	3 649	29
1999	3 609	3 772	-163
2000	4 418	3 985	433
2001	3 832	3 843	-11
2002	3 547	3 872	-325
2003	3 384	3 640	-256

Tableau 2 – Part des échanges par produits (Nes 16)

	2002		2003	
	% export	% import	% export	% import
Produits agricoles, sylvicoles et piscicoles	2,9	2,6	3,1	2,5
Produits des IAA	16,0	9,6	18,6	10,1
Biens de consommation courante	12,0	15,5	10,5	13,4
Produits de l'industrie automobile	24,3	7,5	21,8	7,9
Biens d'équipement professionnel	20,3	29,5	22,6	27,1
Biens intermédiaires	24,0	34,9	23,0	38,5
Divers	0,2	0,1	0,2	0,1
Produits énergétiques	0,3	0,3	0,2	0,4
Ensemble hors matériel militaire	100,0	100,0	100,0	100,0

Tableau 3 – Données par produits (Nes 16) en millions d'euros

	2002			2003		
	export	Import	solde	export	import	solde
Produits agricoles, sylvicoles et piscicoles	103	102	1	105	93	12
Produits des IAA	568	372	196	628	368	260
Biens de consommation courante	427	600	-173	357	489	-132
Produits de l'industrie automobile	863	289	574	739	288	451
Biens d'équipement professionnel	718	1 141	-423	763	986	-223
Biens intermédiaires	852	1 352	-500	776	1 400	-624
Divers	7	3	4	8	2	6
Produits énergétiques	9	13	-4	8	14	-6
Ensemble hors matériel militaire	3 547	3 872	-325	3 384	3 640	-256

Tableau 4 – Palmarès par produits (Nes 114) en millions d’euros

Exportations 2003	valeur	%	Rang antérieur	Importations 2003	valeur	%	rang antérieur
Produits de la construction automobile	370	10,9	1	Machines de bureau et matériel informatique	281	7,7	2
Equipements pour automobiles	369	10,9	2	Produits pharmaceutiques	268	7,4	1
Produits laitiers et glaces	263	7,8	3	Equipements mécaniques	252	6,9	3
Matériel de mesure et de contrôle	195	5,8	4	Equipements pour automobiles	220	6,0	5
Produits des industries alimentaires diverses	159	4,7	5	Composants électroniques	215	5,9	6
Moteurs, génératrices et transformateurs électriques	159	4,7	10	Matériel de mesure et de contrôle	208	5,7	4
Meubles	130	3,8	8	Produits des industries alimentaires diverses	197	5,4	7
Equipements mécaniques	125	3,7	6	Matériel électrique	194	5,3	8
Machines d'usage général	123	3,6	11	Produits laitiers et glaces	137	3,8	10
Produits pharmaceutiques	108	3,2	7	Articles en papier ou en carton	119	3,3	14
Viandes, peaux et produits à base de viande	106	3,1	13	Produits de la chimie organique	118	3,2	9
Matériel électrique	105	3,1	9	Pâte à papier, papiers et cartons	108	3,0	11
Métaux non ferreux	100	3,0	14	Produits en matière plastique	94	2,6	12
Produits de la parachimie	98	2,9	15	Produits métalliques	93	2,6	13
Composants électroniques	81	2,4	12	Produits de la parachimie	81	2,2	15
Produits de la culture et de l'élevage	80	2,4	16	Métaux non ferreux	80	2,2	16
Produits en matière plastique	72	2,1	17	Produits de la construction automobile	68	1,8	17
Matériel médicochirurgical et d'orthopédie	72	2,1	19	Produits du travail du bois	61	1,7	19
Produits métalliques	64	1,9	18	Produits de la sidérurgie et 1ère transformation de l'acier	57	1,6	20
Boissons	55	1,6	23	Produits de la culture et de l'élevage	57	1,6	21
Autres	550	16,3		Autres	732	20,1	
	3384	100,0			3640	100,0	

Tableau 5 – Données par secteur géographique en millions d'euros

	2002			2003		
	export	Import	solde	export	import	solde
Europe	2 914	2 805	109	2 809	2 661	148
dont Union européenne	*2 640*	*2 569*	*71*	*2 526*	*2 401*	*125*
Zone euro	*2 124*	*2 249*	*-125*	*2 061*	*2 121*	*-60*
Afrique	127	134	-7	116	133	-17
Amérique	197	263	-66	159	217	-58
Proche et Moyen Orient	57	2	55	85	2	83
Asie	233	650	-417	199	588	-389
Divers	19	18	1	16	39	-23
Ensemble	3 547	3 872	-325	3 384	3 640	-256

Tableau 6 – Palmarès par pays en millions d'euros

Exportations par pays en 2003	valeur	%	rang antérieur	Importations par pays en 2003	valeur	%	rang antérieur
Allemagne	691	20,4	1	Allemagne	795	21,8	1
Espagne	499	14,7	2	Italie	436	12,0	2
Royaume-Uni	378	11,2	3	Belgique	237	6,5	4
Italie	322	9,5	4	Espagne	224	6,1	6
Belgique	257	7,6	5	Royaume-Uni	212	5,8	3
Pays-Bas	120	3,5	6	Chine	204	5,6	9
Etats-Unis	100	3,0	7	Pays-Bas	197	5,4	7
Portugal	70	2,1	11	Japon	160	4,4	5
République tchèque	64	1,9	8	Etats-Unis	159	4,4	8
Suède	55	1,6	10	Irlande	80	2,2	10
Pologne	48	1,4	9	Hongrie	71	1,9	13
Suisse	43	1,3	12	Thaïlande	68	1,9	11
Iran	41	1,2	65	Portugal	47	1,3	15
Danemark	32	1,0	14	Finlande	47	1,3	14
Tunisie	31	0,9	21	Tunisie	46	1,3	20
Autres	633	18,7		Autres	657	18,1	
	3384	100,0			3640	100,0	