ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Êtes-vous d'accord avec les termes de ce proverbe ewe du Togo ?

«Un mauvais frère est comme une branche de rônier, on ne peut pas le refuser totalement car il faut penser aux jours de pluie.»

Sujet n° 2

Êtes-vous prêt (prête) à suivre le conseil de ce proverbe peul ? Expliquez votre décision.

«Un village où ne conduit qu'un seul chemin est un mauvais village. N'y allez pas.»

Sujet n° 3

À votre avis le proverbe arabe suivant est-il justifié ? Analyser à l'aide d'exemples.

«Il y a cinq degrés pour arriver à être sage : se taire, écouter, se rappeler, agir, étudier.»

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les exercices et le problème sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice n° 1

Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs vérifiant les relations suivantes :

$xyz > 1$

$x + y + z < (1/x) + (1/y) + (1/z)$

1) Montrer qu'aucun des réels x, y ou z n'est égal à 1

2) Montrer que l'un au moins des réels x, y, z est strictement supérieur à 1

3) Montrer que l'un au moins des réels x, y, z est strictement inférieur à 1

Exercice n° 2

Ln désigne le symbole des logarithmes népériens.
On considère l'application f de la variable réelle x définie par $f(x) = (x \operatorname{Ln} x) / (x^2 - 1)^2$.

1) Calculer une primitive de f(x).

2) u étant un réel tel que u > 2, calculer l'intégrale $I(u) = \int_2^u f(x)\,dx$

3) Déterminer la limite de I(u) quand $u \to +\infty$

Les deux parties du problème sont également indépendantes, et peuvent aussi être traitées dans n'importe quel ordre.

Problème

Partie I :

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty, +\infty[$ par $f(x) = \text{Ln}(1 + e^x)$.

1) Etudier les variations de f : tableau de variations, limites, concavité, asymptotes ; tracer le graphe (C) de f.

2) On définit l'intégrale $I = \int_0^1 f(x)\,dx$

2a) Soit la fonction g définie sur l'intervalle [0, 1] par $g(x) = (x^2 + 4x + 8\,\text{Ln}2)/8$.
On note $d(x) = g(x) - f(x)$.
Montrer que pour tout réel x appartenant à [0, 1], $0 \leq d(x) \leq M$, où M est un réel que l'on précisera à 10^{-3} près.

2b) En déduire un encadrement numérique de l'intégrale I.

3) k est un nombre réel non nul. On désigne par D(k) l'ensemble des solutions, sur R, de l'inéquation :

$$e^x + k > 0$$

Déterminer D(k).

4) A tout réel k, on associe la fonction f_k définie, pour $x \in D(k)$, par $f_k(x) = \text{Ln}(e^x + k)$. Etudier les variations de f_k.

5) Montrer que, pour k > 0, on a, pour tout x réel :

$$f_k(x + \text{Ln}k) = f(x) + \text{Ln}\,k$$

En déduire que la courbe C(k) représentative de f_k se déduit de la courbe C représentant f par une transformation géométrique simple que l'on précisera.

6) Soit Δ la première bissectrice, d'équation y = x.

Soit un point M de coordonnées (a, b) ; donner les coordonnées de M', image de M par une symétrie orthogonale par rapport à Δ.

On suppose que M appartient à la courbe C(k) associée à f_k ; donner l'équation de la courbe à laquelle appartient M', déduit de M par une symétrie orthogonale par rapport à Δ.
Construire la courbe C(– 1).

Partie II :

Pour tout entier naturel n, on considère la fonction f_n définie sur R par :

$$f_n(x) = e^{-nx}/(1 + e^x)$$

1) Etudier les variations de f_0.
Trouver les coordonnées du centre de symétrie S de la courbe C(0) représentant f_0.

2) On se place dans le cas général : $n \geq 1$.
Donner le tableau des variations de f_n.
Montrer que le point S appartient à toutes les courbes $\Gamma(n)$ représentant f_n.
Tracer Γ (1) ; préciser sa tangente au point S.

3) Pour tout n, on définit la suite v(n) par :

$$v(n) = \int_0^1 e^{-nx}\,dx$$

Calculer explicitement v(n) ; montrer que v(n) est décroissante.
Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} v(n)$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} nv(n)$

4) Pour tout n, on définit la suite u(n) par :

$$u(n) = \int_0^1 f_n(x)\,dx$$

4a) Montrer que, $\forall\ x \in [0, 1] : 2 \leq e^x + 1 \leq 2e^x$
En déduire que, pour tout n, on a :

$$v(n+1) \leq 2u(n) \leq v(n)$$

4b) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u(n)$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} nu(n)$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet n°1

Dans les économies en développement, la rigidité des prix et la faible mobilité des facteurs contribuent à retarder l'ajustement des économies aux chocs exogènes.

1) Il vous est demandé d'illustrer ces deux caractéristiques à partir d'exemples empiriques précis décrivant le fonctionnement du marché des biens et services, le marché du travail, et/ou le marché monétaire et financier.

2) En vous appuyant sur la théorie économique, vous rechercherez en quoi les propriétés de ces marchés – degré de concurrence, imperfection de l'information, segmentation… – peuvent expliquer ces caractéristiques (le sujet peut être traité au niveau macroéconomique, méso- ou microéconomique, tant au niveau de l'économie domestique qu'à celui des échanges internationaux).

Sujet n° 2

La libéralisation des économies, l'internationalisation des échanges et la diffusion des idéologies libérales semblent discréditer une grande part de l'initiative publique en matière économique. En vous appuyant sur le cas des économies en développement, il vous est demandé de résumer à grands traits les principaux résultats de la théorie économique qui peuvent encore justifier l'intervention de l'État, dans le cadre de l'économie de marché ou à la place de l'économie de marché.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les trois problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Problème 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère n points M_i, $1 \leq i \leq n$, le point M_i ayant pour coordonnées (x_i, y_i).

Soit D_a la droite d'équation $y = ax$, $a \in R - \{0\}$.

On note par $A = \Sigma_{i=1 \text{ à } n} (x_i)^2$, $B = \Sigma_{i=1 \text{ à } n} (y_i)^2$, $C = \Sigma_{i=1 \text{ à } n} x_i y_i$.

A chaque point M_i, $1 \leq i \leq n$, on associe le point H_i, intersection de D_a et de la droite parallèle à l'axe y'Oy d'équation $x = x_i$, et le point Q_i, projection orthogonale de M_i sur D_a.

1) Calculer $Q(a) = \Sigma_{i=1 \text{ à } n} (M_iQ_i)^2$

Déterminer, en fonction de A, B et C, les deux valeurs a_1 et a_2 de a pour lesquelles Q(a) passe par un extremum.

Montrer que les droites D_{a1} et D_{a2} associées à ces valeurs a_1 et a_2 sont perpendiculaires.

2) Calculer $H(a) = \Sigma_{i=1 \text{ à } n} (M_iH_i)^2$

Déterminer en fonction de A, B et C la valeur a* de a pour laquelle H(a) passe par un extremum.

Problème 2

$\mathbb{R}[X]$ désigne l'ensemble des polynômes à coefficients réels.

P étant un polynôme de $\mathbb{R}[X]$, on désigne par E l'équation suivante, où a est un paramètre réel :

$$(E) \qquad (x^2 - 1)P''(x) + 4xP'(x) = a.P(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

S(E) désigne l'ensemble des polynômes solutions de E.

1) Montrer que S(E) est un espace vectoriel réel.

2) On suppose que S(E) contient au moins un polynôme de degré n.
Exprimer la constante a en fonction de n.

3) Soit P_n, polynôme de degré inférieur ou égal à n, une solution de E.

On définit $Q_n(x) = (-1)^n P_n(-x)$.

Montrer que Q_n est également solution de E.

En déduire que P_n est un polynôme pair si n est pair, et impair si n est impair.

4) On se limite aux polynômes dont le coefficient du terme du plus haut degré est 1.
Calculer les solutions P_0, P_1, P_2, P_3 de l'équation E.

Problème 3

On se situe dans l'espace des fonctions de R dans R.

1) Soit l'équation différentielle :

$$(E_1)\ y'' - 3y' + 2y = 0$$

1a) Montrer que si f_1 et f_2 sont solutions de (E_1), alors pour tous λ et μ réels, $\lambda f_1 + \mu f_2$ est solution de (E_1).

1b) Chercher les solutions de (E_1) de la forme e^{ax}, où a est un nombre réel.

1c) Donner la forme générale des solutions de (E_1).

2) Quelle est la solution de (E_1) dont la courbe représentative admet au point d'abscisse $x = 0$ la même tangente que la courbe représentant $y = e^{3x}$?

3) Le paramètre k est un réel strictement positif.

Montrer que les fonctions $h_k(x) = -k^2 e^x + 2k e^{2x}$ vérifient la relation (E_1).

4) Soit l'équation : $(E_2)\ y'' - 3y' + 2y = -x^2 + x + 2$

4a) Déterminer le polynôme du second degré, P, solutions de (E_2).

4b) Soient f et g deux fonctions réelles de la variable réelle, telles que $f(x) = g(x) - x^2/2 - x$

Montrer que f est solution de (E_2) si et seulement si g est solution de (E_1).

En déduire les fonctions f solutions de (E_2).

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

Exercice n° 1

Un agent d'assurance dont le nombre C de clients est resté constant au cours des deux dernières années, a noté avoir reçu 1 040 dossiers d'accidents de la circulation automobile au cours des 104 dernières semaines. Ceci lui a permis de dresser la statistique ci-dessous du nombre hebdomadaire d'accidents survenus à sa clientèle :

Nombre d'accidents	Moins de 5	De 5 à 7	8 ou 9	10 ou 11	12 à 14	15 à 19	20 et plus
Nombre de semaines	3	20	25	25	23	8	0

Question 1

a) Calculer de deux façons différentes le nombre hebdomadaire moyen d'accidents qui se sont produits parmi les clients de cet agent.

b) Calculer la variance du nombre hebdomadaire d'accidents, puis l'écart-type.

c) Donner la médiane de la distribution du nombre hebdomadaire d'accidents.

Question 2

L'agent d'assurance considère maintenant ces 104 observations comme un échantillon, à l'aide duquel il voudrait faire une estimation du nombre hebdomadaire moyen d'accidents survenant à ses assurés.

a) Préciser la population dont sera extrait cet échantillon, les individus qui la composent, ce qu'on mesure sur ces individus,…

b) Donner une estimation du nombre hebdomadaire moyen d'accidents.

Question 3

a) Combien d'accidents se produit-il par jour en moyenne ?
b) Et par demi-journées ?
c) Ayant par ailleurs constaté qu'il ne se produit qu'extrêmement rarement plus de 2 accidents par jour, cet agent décide de diviser les 104 semaines en 1 456 demi-journées au cours desquelles il décide de supposer qu'il se produit uniformément 1 accident avec la probabilité p (ou qu'il ne s'en produit aucun avec la probabilité 1-p). Quelle est alors l'espérance mathématique du nombre d'accidents qui se produisent au cours d'une demi-journée ? Quelle est sa variance ? Compte tenu de la moyenne calculée à la question précédente, donner une valeur estimée de p.

Question 4

L'agent d'assurance décide alors de diviser la journée en n=24 tranches de temps égales au cours desquelles il supposera qu'il se produit uniformément 1 accident avec la probabilité p'.

a) Quelle est alors l'espérance mathématique du nombre d'accidents qui se produisent en une semaine, et sa variance ?
b) Quelle est la valeur minimale à donner à n pour que la différence entre espérance mathématique et variance du nombre d'accidents soit inférieure à 0,1 ?

Exercice n° 2

«Selon une étude de l'Insee (parue dans INSEE Première n° 929 de novembre 2003), le salaire médian des ingénieurs en France (qui sépare la moitié la moins payée de la moitié la mieux payée) était de 50 320 euros annuels en 2002. Leurs rémunérations varient du simple au triple entre les 10% les moins bien payés et les 10% les mieux payés : les 10% les mieux rémunérés ont perçu en 2002 un salaire brut annuel de plus de 100 000 euros, alors que la rémunération des 10% les moins bien payés était inférieure à 31 000 euros…»

A partir du tableau suivant, il vous est demandé de poursuivre l'article ainsi commencé sur les salaires des ingénieurs en France en 2002.

Salaires des ingénieurs (Ecarts en %)

Caractéristiques individuelles	Ecart
Situation conjugale	
Homme en couple	*(Réf)*
Homme célibataire	-6,2
Femme célibataire	-9,9
Femme en couple	-11,3
Niveau d'étude avant l'école d'ingénieur	
Classe préparatoire	4,2
Bac + 4 ou plus	3,1
Bac (prépa intégrée)	1,6
Bac + 2 ou + 3 (DUT, BTS, Licence)	*(Réf)*
Ecole d'ingénieur	
Groupe 1 :	
Polytechnique	43,0
Mines de Paris	42,5
Centrale Paris	35,3
Groupe 2 :	
ENSTA Paris	28,9
Mines de Saint-Etienne	27,9
Mines de Nancy	26,4
ENIC Villeneuve d'Ascq	24,4
Sup Aéro	23,7
La cellulose EFPG	22,8
IIE Evry	22,6
ESIEE Noisy le Grand	20,9
Supelec	20,2
INSA Lyon	18,8
Groupe 3 :	16,6
Groupe 4 :	13,1
Groupe 5 :	8,7
Groupe 6 :	*(Réf)*
Second diplôme d'ingénieur	
Diplôme étranger	9,3
Diplôme français	4,4
Aucun	*(Réf)*
Autre diplôme qu'ingénieur	
Gestion/Management	11,6
Aucun	*(Réf)*
Scientifique	-0,9
Thèse ou PhD	-1,0
Expérience professionnelle	
Plus de 25 ans	112,4
Entre 16 et 25 ans	91,5
Entre 11 et 15 ans	67,5
Entre 6 et 10 ans	44,0
Entre 4 et 5 ans	22,1
Entre 2 et 3 ans	12,0
Moins d'un an	*(Réf)*
Périodes de chômage	
Aucune	*(Réf)*
1 période	-8,7
2 périodes	-14,2
Plus de 2 périodes	-17,3
Mobilité	
Plus de 5 établissements	11,2
4 ou 5 établissements	8,5
2 ou 3 établissements	3,6
1 établissement	*(Réf)*
Temps de travail	
Temps complet	*(Réf)*
Temps partiel	-8,7

Caractéristiques de l'entreprise	Ecart
Taille de l'entreprise	
500 à 4999 salariés	10,1
Plus de 5000 salariés	9,6
21 à 499 salariés	4,2
1 à 20 salariés	*(Réf)*
Lieu d'emploi	
Région Ile de France	*(Réf)*
DOM-TOM	-0,8
Province	-12,0
Secteur d'activité	
Agroalimentaire	9,2
Finance, Banque, Assurance	8,0
Chimie, Pharmacie	7,6
Autre industrie	3,5
Commerce, grande distribution	3,1
Société de services non informatiques	1,6
SSII, société de services informatiques	1,1
Automobile	*(Réf)*
Energie	-0,7
Matériel electronique, électrique, ordinateurs	-1,9
BTP/Construction	-2,6
Opérateur de télécommunication	-3,0
Autre tertiaire (logistique,transport,…)	-6,3
Agriculture	-9,3
Fonction publique	-21,5
Activité dominante	
Direction générale	44,0
Administration des entreprises	10,2
Activités transversales ou multiples	9,3
Technico-commercial, marketing, vente	8,9
Production et fonctions connexes à la production	6,8
Etudes, Recherche, Projets	*(Réf)*
Informatique, systèmes d'information, réseaux	-0,5
Enseignement, formation	-17,5

Lecture : Les effets de chaque facteur de disparité sont estimés en écart à une situation de référence notée (Réf).

Après avoir fait un classement, sur la base d'une estimation "toutes choses égales par ailleurs" de l'effet propre à chaque école, on a constitué six groupes d'écoles homogènes.

Ne figurent dans ce tableau que les écoles dont les ingénieurs ont répondu au questionnaire diffusé par le Conseil National des Ingénieurs et Scientifiques de France en 2003.