MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE DSCHANG
INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE
FOTSO VICTOR DE BANDJOUN

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX-TRAVAIL-PATRIE

LA FORME

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE D.U.T. **SEPTEMBRE 2005**

EPREUVE : PHYSIQUE **DUREE** : 4 Heures (prendre $g = 10 ms^{-2}$)

EXERCICE 1

Une corde métallique, verticale, de longueur L = 1,0 m est attachée en son extrémité supérieure à un support fixe, comme l'indique la figure 1. Son extrémité inférieure est quasiment immobilisée par une plaque percée d'un petit trou dans lequel passe la corde. La corde est tendue par une masse marquée M, accrochée à son extrémité inférieure; elle est parcourue par un courant électrique sinusoïdal de fréquence f = 50 Hz.
On dispose un aimant en U à cheval sur le fil, au voisinage du milieu de la corde.

Pour certaines valeurs de la masse marquée M, la corde prend un aspect particulier : on y observe un système d'un ou plusieurs fuseaux stables de même longueur.

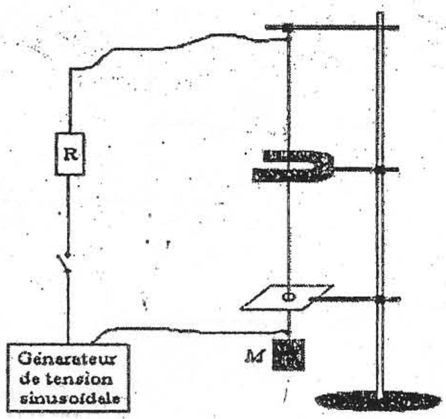

Figure 1 : Système de l'exercice 1

On notera que la célérité d'une onde se propageant sur la corde tendue est $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ où T est la valeur de la tension du fil (en newton) et μ, sa masse linéique ou masse par unité de longueur (en $kg.m^{-1}$)

1. Comment nomme-t-on le système d'ondes qui s'établit le long de la corde ?

2. Pour une masse M = 2 kg, la corde vibre fortement en un seul fuseau.

   a) Quelle est alors la longueur d'onde λ des ondes progressives se propageant le long de la corde ?

   b) Calculer la célérité v des ondes sur la corde.

   c) En déduire la masse m de la corde.

EXERCICE 2 :

Cet exercice comporte 4 affirmations. À chaque affirmation, vous répondrez par VRAI ou par FAUX en justifiant votre choix à l'aide de **démonstrations de cours** et de définitions, de calculs, de schémas ou d'analyses dimensionnelles. Toute réponse non justifiée ne rapportera aucun point.

On considère un satellite artificiel soumis uniquement à la force gravitationnelle de la Terre. Le satellite de masse m, situé à l'altitude h par rapport au sol terrestre est animé d'un mouvement circulaire et uniforme à la vitesse V. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

On donne :	le rayon de la Terre :	$R_T = 6380$ km
	la masse de la Terre :	$M_T = 5{,}98\times10^{24}$ kg
	la constante de gravitation universelle :	$G = 6{,}67\times10^{-11}$ S.I.

Affirmation 1 : la constante de gravitation universelle G s'exprime en $m.s^{-2}$.

Affirmation 2 : le vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie du satellite est centripète.

Affirmation 3 : la vitesse du satellite est donnée par la relation $V = \sqrt{\dfrac{GM_T}{(R_T + h)}}$

Affirmation 4 : à l'altitude h = 12 800 km, la période de révolution du satellite vaut $2{,}64\times10^4$ s

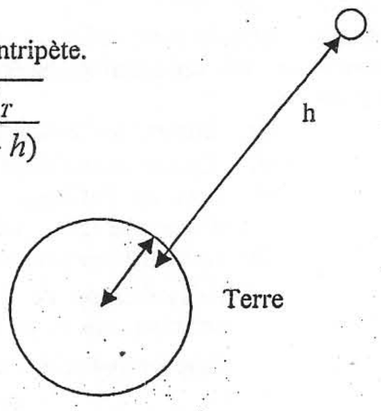

Figure 2 : Satellite artificiel

EXERCICE 3

On considère le circuit électrique de la figure 3.

a) Calculer l'inductance équivalente L du circuit.

b) Calculer la capacité équivalente C du circuit.

c) Calculer la fréquence de résonance f_r du circuit.

d) Calculer la puissance maximale du circuit alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace 10V.

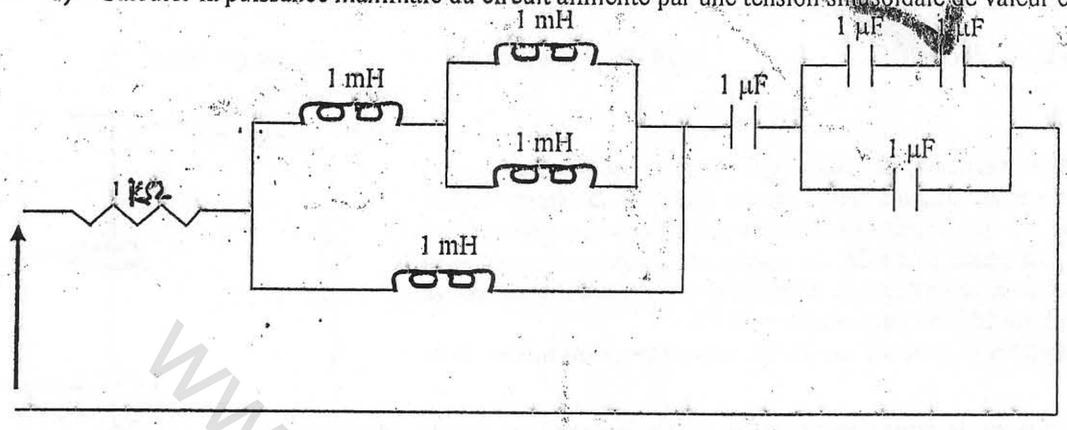

Figure 3 : Circuit R, L, C.

EXERCICE 4

Un électron pénètre entre les plaques d'un condensateur à égale distance des deux plaques distantes de h=1cm et soumises à une d.d.p. de 200V avec une vitesse initiale parallèle aux plaques v=50 000km/s (figure 4).

a) Sachant que les plaques du condensateur mesurent chacune 5cm de longueur, calculer l'ordonnée Y_M de l'électron juste à la sortie du condensateur.

b) Un écran fluorescent est placé à une distance d=20m du condensateur. Calculer l'ordonnée Y_E de l'impact de l'électron sur l'écran.

On donne : charge de l'électron $e=1{,}6.10^{-19}$C ; masse de l'électron $m_e=0{,}9.10^{-30}$kg.

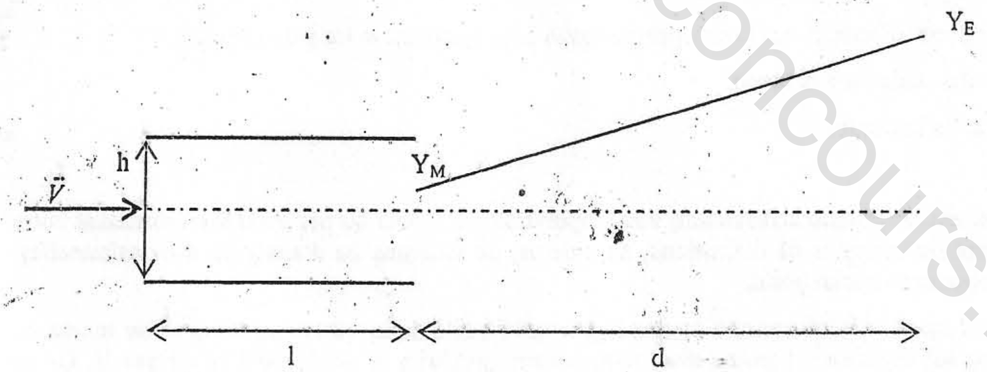

Figure 4 : Un électron entre les plaques d'un condensateur

EXERCICE 5

Une meule utilisée pour l'affûtage des outils est assimilée à un cylindre homogène plein de diamètre 8cm et de masse 350g. Elle est entraînée en rotation, dans le sens direct, par un moteur électrique à la vitesse constante de 3600 tr/min.

a) Déterminer le moment d'inertie J_Δ de la meule par rapport à son axe de rotation Δ.

b) Quelle est la vitesse linéaire $\vec{v}$ d'un point de la périphérie de la meule.

c) Lors de l'affûtage d'un outil, celui-ci exerce sur la meule une force constante tangentielle d'intensité 15N. Quel est le travail W effectué par cette force pendant 15s ?

d) La meule tournant toujours à la vitesse de 3600tr/min, on retire l'outil et l'on coupe simultanément l'alimentation du moteur électrique. Calculer le moment du couple de freinage $\vec{\Gamma}$, supposé constant, exercé par l'arbre du moteur, sachant que la meule accomplit 560tr avant de s'arrêter. On suppose que seul $\vec{\Gamma}$ effectue un travail.

08

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE DSCHANG
INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE
FOTSO VICTOR DE BANDJOUN
BP 134 BANDJOUN

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX-TRAVAIL-PATRIE

LAFORME

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE D.U.T. **SEPTEMBRE 2005**

EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 4 Heures

EXERCICE 1

a) Ecrire le nombre complexe $\frac{-1+i}{4}$ sous forme trigonométrique.

b) En déduire ses racines cubiques sous forme trigonométrique : $X_k = [\rho_k, \theta_k]$ pour k=1, 2, 3.

c) En utilisant les racines cubiques de l'unité (1, j, j^2 avec $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$), déterminer la forme algébrique de X_1, X_2, X_3 et en déduire les valeurs de $tg\frac{11\pi}{12}$ et $tg\frac{19\pi}{12}$.

d) Montrer que parmi les X_k ($1 \leq k \leq 3$), un seul a une puissance quatrième réelle.

e) Déterminer les nombres complexes dont la puissance quatrième est réelle et représenter graphiquement leur ensemble.

EXERCICE 2

Pour tout entier n, on pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^{2n+1} x}$.

1. Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$,

$$\frac{1}{\cos x} = \frac{a\cos x}{1-\sin x} + \frac{b\cos x}{1+\sin x}.$$

En déduire le calcul de I_0.

2. Montrer, par une intégration par parties, que pout tout entier n strictement positif,

$$2nI_n = (2n-1)I_{n-1} + \frac{2^n}{\sqrt{2}}.$$

3. En déduire le calcul de I_2.

EXERCICE 3

a) Soient λ un réel et (U_n) et (V_n) deux suites numériques définies par :

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3 \\ V_n = U_n + \lambda. \end{cases}$$

i. Pour quelle valeur de λ la suite (V_n) est-elle une suite géométrique ?
ii. Quelle est alors la raison de (V_n) ?

b) Donner la somme de la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

c) Etudier la convergence de la série $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{4}{17} + ... + \frac{n}{n^2+1}$

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$

1. Étudier les variations de f et tracer sa courbe représentative (C_f) dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
2. (a) Calculer l'expression de la dérivée seconde $f''(x)$.

   (b) On définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.
   Étudier les variations de g et prouver que l'équation $f''(x) = 0$ admet trois solutions réelles que l'on note $a,\ b,\ c$.

   (c) Prouver que : $a - f(a) = b - f(b) = c - f(c) = 1$

   (d) On note A, B et C les points de (C_f) d'abscisses $a,\ b,\ c$.
   Prouver que les points A,B et C sont alignés.

EXERCICE 5

Un mobile M de coordonnées (x, y) telles que :

$$\begin{cases} x = 5 - 8\sin^2 t \\ y = 1 + 2\sin 2t \end{cases}$$

évolue suivant une certaine trajectoire (**C**)

a) Déterminer l'équation catésienne de (**C**)

b) En considérant que y est une fonction de la variable réelle x, déterminer $\dfrac{dy}{dx}$ en fonction de t .

c) Quelle est le module V de la vitesse de M à l'instant t=2 secondes, si y et x sont mesurées en mètres ?