LA FORME

CP

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE DE DSCHANG

INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE
FOTSO VICTOR DE BANDJOUN
BP 134 BANDJOUN

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE D.U.T.

Septembre 2009

EPREUVE : MATHEMATIQUES (Bacc séries C,D et E) **Durée** : *4 Heures*

EXERCICE 1 : Probabilités

Un grossiste en appareil ménager est approvisionné par trois marques notées respectivement M1, M2 et M3. La moitié des appareils de son stock provient de M1, un huitième de M2 et trois huitième de M3. Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de marque M1 sont rouges, 5% des appareils de la marque M2 sont rouges et 10% des appareils de la marque M3 le sont aussi. On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste (on donnera les résultats sous forme de fraction) :

1- Quelle est la probabilité qu'il vient de M3 ?
2- Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vient de M2 ?
3- Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4- Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M1.

EXERCICE 2 : Equation différentielle

1- Résoudre l'équation différentielle $4y'' + 4y' + y = 0$.
2- Déterminer la solution particulière dont la courbe représentative tracée dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ passe par le point A(0,4) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -1.

EXERCICE 3 : Nombres complexes

Dans cet exercice z désigne un nombre complexe quelconque et (P) le plan complexe orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

1-a Développer, réduire et ordonner $(z+2)(z^2-6z+34)$ par rapport aux puissances décroissantes de z.

1-b Soit l'équation (E) dans l'ensemble C des nombres complexes : $z^3 - 4z^2 + 22z + 68 = 0$. Démontrer que (E) admet un entier comme solution.

1-c Résoudre (E) dans C.

2. A, B et C désigne trois points du plan (P) dont les affixes respectives sont -2, 3+5i, et 3-5i. La droite (BC) coupe l'axe des abscisses en K.

2-a Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier votre réponse.

2-b R désigne la rotation de (P) telle que R(K)=K et R(B)=A. Préciser la mesure principale de l'angle de R.

EXERCICE 4 : Fonctions

On considère la famille de fonctions f_λ définies par $f_\lambda(x) = 1 + \ln(1 + \lambda x)$, $\lambda \epsilon R^*$. On désigne par (C_λ) la représentation graphique de f_λ et par (D) la droite d'équation $y = x$ dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.

1- Donner l'ensemble de définition de f_λ (on distinguera deux cas, $\lambda > 0$ *et* $\lambda < 0$).

2- 2.a Montrer que les courbes (C_λ) et $(C_{-\lambda})$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

2-b soit (Γ) la représentation graphique de la fonction logarithme népérien. Trouver pour $\lambda > 0$ une translation qui transforme (Γ) en (C_λ).

3- On pose $\varphi_\lambda(x) = f_\lambda(x) - x$

3-a on suppose $\lambda < 0$ étudier les variations de φ_λ. En déduire le nombre de points d'intersection de (C_λ) et de (D).

3-b on suppose $\lambda > 0$. Etudier les variations de φ_λ. Etablir que la plus grande valeur prise par $\varphi_\lambda(x)$ quand x décrit le domaine de définition de φ_λ est $m(\lambda) = \frac{1}{\lambda} + \ln\lambda$.

3-c Etudier quand λ décrit $]0, +\infty[$ les variations de m. En déduire son signe.

3-d combien, pour $\lambda > 0$, (C_λ) et (D) ont-elles de points communs ?

EXERCICE 5 : Suites

On considère la suite w définie par $\begin{cases} w_0 = 1, w_1 = 3 \\ w_{n+2} = a^2 w_{n+1} + 2(a-3)w_n \end{cases}$, $a \epsilon R$

Soit v la suite définie par $v_n = w_{n+1}$, $\forall n \in N$

1- On pose $a = 2$ *et* $s_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$.
Vérifier que v est une suite constante. En déduire que w est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
Exprimer w_n et s_n en fonction de n.

2- On pose $a = -4$ et $T_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$. Vérifier que la suite v est une suite géométrique. Exprimer v_n et T_n en fonction de n. Et démontrer que $\forall n \in N$, $T_n = w_{n+1}$.

3- Démontrer que -4 est la seule valeur de a telle que la suite v soit une suite géométrique non constante.

C8

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE DE DSCHANG

INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE
FOTSO VICTOR DE BANDJOUN
BP 134 BANDJOUN

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

LA FORME

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE D.U.T.

Septembre 2009

EPREUVE : *PHYSIQUES (Bacc séries C,D et E)* ***Durée :*** *4 Heures*

EXERCICE 1 :

1- Enoncer la loi d'attraction universelle.

2- Donner l'expression de l'intensité du champ de pesanteur g_z à une altitude z de la surface de la terre en fonction de g_0, l'intensité du champ de pesanteur à la surface de la terre ; R_T le rayon de la terre et de l'altitude z.

3- A quelle altitude z, l'intensité du poids d'un corps P n'est-elle plus égale qu'à la moitié de sa valeur P_0 à la surface de la terre ? On donne $R_T = 6370\ km$.

4- 4-a Montrer que pour des faibles altitudes $z \ll R_T$ $(z < \frac{R_T}{100})$: $g_z \cong g_0(1 - \frac{2z}{R_T})$

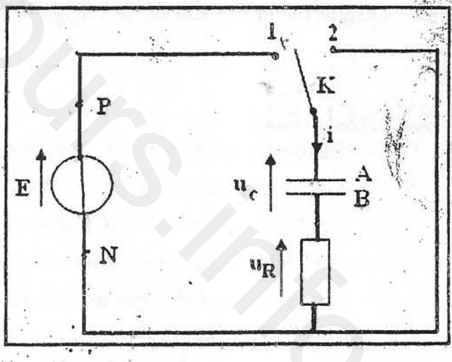
On rappelle que : $(1+\varepsilon)^n \cong 1 + n\varepsilon$ où $\varepsilon \ll 1$

4-b en déduire l'expression de la diminution relative de l'intensité du champ de pesanteur $\tau = \frac{g_0 - g_z}{g_0}$ en fonction de z et R_T

4-c Déterminer z pour que $\tau = 10^{-3}$

EXERCICE 2 :

On réalise la charge d'un condensateur initialement déchargé grâce au montage représenté ci- contre. L'interrupteur est en position 1. Données: R= 500 Ω; C = 400 pF ;U_{PN} = 6V.



1. Établir une relation entre les tensions U_{PN}, u_C et u_R.
2. Quelle est la relation entre i et uc?
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par uc.
4. Vérifier que l'expression uc (t) = $6\,(1- e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle. En déduire l'expression de τ.
5. Calculer la constante de temps τ du dipôle (R,C).
6. Quelle est l'expression de i en fonction du temps t, de U_{PN} de τ et de R?
7. Calculer les valeurs de uc et de i à l'instant t = 0.
8. Lorsque t tend vers l'infini, quelle est la valeur de uc et celle de i ?
9. Donner l'allure des courbes représentant uc et i en fonction du temps t, pour des valeurs de t comprises entre 0 et 5 τ.

EXERCICE 3 :

L'uranium ${}^{238}_{92}U$ est à l'origine d'une famille radiative qui conduit à l'isotope stable de plomb ${}^{206}_{82}P$ suite à une série de désintégrations successives de type α et de type β^-. La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de la transformation. On assimile donc l'ensemble à une réaction chimique unique ${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{206}_{82}P + x\alpha + y\beta^-$

1- Déterminer x et y en précisant les lois de conservation utilisées.

2- On veut dater un minerai contenant l'uranium $^{238}_{92}U$ et du plomb $^{206}_{82}P$. On suppose qu'à la formation de ce minerai à la date $t = 0$, celui-ci contient de l'uranium $^{238}_{92}U$ et ne contient pas de plomb 206. Soit $N_{u(0)}$ le nombre de noyau d'uranium $^{238}_{92}U$ à $t = 0$ et $N_{u(t)}$ le nombre de ces noyaux restant à la date t ;

2-1 Exprimer $N_{u(t)}$ en fonction de $N_{u(0)}$, λ et t, où λ est la constante radioactive de l'uranium 238.

2-2 Définir la période T d'un élément radioactif et exprimer T en fonction de la constante radioactive ?

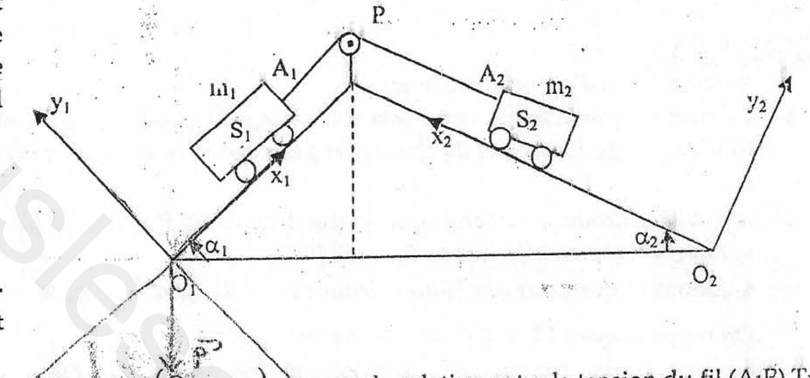
2-3 Exprimer le nombre de noyaux de plomb présents à la date t dans ce minerai en fonction de t, $N_{u(0)}$ et λ ; en déduire l'âge t du minerai en fonction de la période T de l'uranium 238 et du rapport $N_{u(t)}/N_{u(0)}$. On suppose $t < T$.

2-4 A la date t, l'échantillon du minerai contient 1 g d'uranium 238 et 10 mg de plomb 206. Calculer l'âge du minerai sachant que : $T(^{238}_{92}U) = 4{,}5\ 10^9$ $années$, $M(U) = 238\ g/mol$; $M(Pb) = 206\ g/mol$.

EXERCICE 4 :

On considère le dispositif suivant :

Le système constitué des solides S_1 et S_2 est lâché avec une vitesse initiale nulle lorsque S_1 se trouve en O_1. Le solide S_2 se déplace vers O_2 et entraîne le solide S_1 par un fil A_1PA_2 passant à travers une poulie.



On donne m_1=10g, m_2=50g, $\alpha_1 = 60°$, $\alpha_2 = 30°$ et $g = 10N/kg$

L : longueur du fil $L = A_1P + A_2P = 1m$.

On négligera les dimensions de la poulie et on supposera le fil inextensible.

1- En isolant le solide S_1, et en travaillant dans le repère (O, x_1, y_1), trouver la relation entre la tension du fil (A_1P) T_1, l'accélération γ_{x_1} du centre de gravité de S_1, la masse m_1, l'angle α_1 et g.

2- Même question à propos du solide S2 et des grandeurs, T_2, γ_{x_2} , m_2, α_2 et g.

3- Calculer la tension du fil.

4- Déterminer la durée t_2-t_1, avec t_1 considéré comme l'instant où S_2 part de P et t_2 l'instant où le solide S_1 arrive en P.

5- Quelle est la vitesse de S_1 lorsqu'il arrive en P à l'instant t_2.

EXERCICE 5 :

1- Etude stroboscopique d'un phénomène périodique.

Un vibreur de fréquence f = 60 Hz émet des ondes circulaires à la surface de l'eau d'une cuve à onde. On provoque l'immobilité apparente du phénomène observé avec un éclairage stroboscopique.

1-a Déterminer les fréquences possibles des éclairs.

1-b Avec les fréquences des éclairs $f_e = 60\ Hz$, la surface de l'eau paraît immobile avec son nombre réel des rides. L'on en profite pour mesurer la distance séparant la deuxième crête de la douzième et on trouve $d = 5.0\ cm$. En déduire la longueur d'onde λ et la célérité C de l'onde progressive.

2- 2-a Citer deux phénomènes donc l'étude permet d'accéder à la nature ondulatoire de la lumière.

2-b L'étude expérimentale des interférences lumineuses en lumière monochromatique se fait avec le dispositif des fentes d'Young sur un écran situé à la distance $D = 2\ m$ du plan des fentes secondaires écartées de $a = 2\ mm$; on s'intéresse à deux franges (C_1) et (C_2) d'ordre d'interférence respectif $P_1 = -1{,}5$ et $P_2 = 5$.

i- Qu'appelle-t-on interfrange ? Donner son expression en fonction de λ, D et a.

ii- Quelle est la nature de chacune des franges (C_1) et (C_2) ?

iii- Les milieux de ses deux franges sont séparés sur l'écran de la distance $l = 3.9\ mm$. En déduire λ, la longueur d'onde de la radiation utilisée.