CP

UNIVERSITE DE DSCHANG
UNIVERSITY OF DSCHANG
-=-=-=-=-=-

INSTITUT UNIVERSITAIRE
DE TECHNOLOGIE FOTSO VICTOR
-=-=-=-=-=-

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work – Fatherland

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE DUT
Septembre 2012
EPREUVE : MATHEMATIQUES (Bacc séries C, D et E)Durée : 04 heures

LA FORME

Exercice 1 : (20 pts)

On considère $(a_n)_{n\in N}$ et $(b_n)_{n\in N}$ deux suites définies, $\forall n \in N$, par $(S)\begin{cases} a_{n+1} = 8a_n + 1b_n \\ b_{n+1} = 2a_n + 9b_n \end{cases}$

1.1 Démontrer qu'on peut écrire (S) sous la forme $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ où A est une matrice 2 x 2 qu'on précisera.

1.2 Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 1$, on a : $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$.

1.3 On pose $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, démontrer que $P^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1.4 Calculer le produit de matrices suivant : $B = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1.5 Démontrer que, pour tout $n \in N^*$, on a $B^n = P\begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 10^n \end{pmatrix}P^{-1}$.

1.6 En déduire a_n et b_n en fonction de n lorsque $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$.

Exercice 2 : (20 pts)

On considère la parabole d'équation $y^2 = 2px$ et un point $A\left|\begin{matrix} a^2/2p \\ a \end{matrix}\right.$ de cette parabole. On considère deux points de la parabole $M\left|\begin{matrix} m^2/2p \\ m \end{matrix}\right.$ et $N\left|\begin{matrix} n^2/2p \\ n \end{matrix}\right.$ on note $\alpha = m + n$ et $\beta = nm$.

2.1 Donner une condition nécessaire et suffisante sur α et β pour que les droites (AM) et (AN) soient orthogonales.

2.2 Montrer que lorsque M, N varient sur la parabole, (avec la condition d'orthogonalité précédente), la droite (MN) passe par un point fixe Q à déterminer.

2.3 A chaque point A de la parabole on peut donc associer le point Q. Déterminer le lieu de Q lorsque A varie.

Exercice 3 : (20 pts)

3.1 Résoudre dans C l'équation (1) : $\frac{z-2}{z-1} = z$ .On donnera le module et un argument de chaque solution.

3.2 Résoudre dans C l'équation (2) : $\frac{z-2}{z-1}=i$. On donnera la solution sous forme algébrique.

3.3 Résoudre dans C l'équation (3) : $\left(\frac{z-2}{z-1}\right)^2=i$. On cherchera les solutions sous forme algébrique.

Exercice 4 : (20 pts)

Soit la fonction f définie sur R par $f(x)=e^{-x}(\cos x+\sin x)$.

4.1 a) Exprimer $\sin(x+\pi/4)$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$.

b) En déduire l'ensemble des solutions, dans R, de l'équation $f(x)=0$.

c) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

4.2 On désigne par f' la fonction dérivée de f sur R

a) Calculer $f'(x)$.

b) Résoudre dans R l'équation $f'(x)=0$.

4.3 On note I l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right]$.

a) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I et dresser le tableau de variations de f sur I.

b) On note C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

b1) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à C au point d'abscisse $-\frac{\pi}{4}$ et donnerune valeur approchée à 10^{-1} près de ce coefficient.

b2) Tracer T et la partie de C correspondant aux points dont l'abscisse appartient à l'intervalle I.

Exercice 5 : (20 pts)

Dans une classe de trente élèves sont formés un club photo et un club de théâtre. Le club photo est composé de 10 membres, le club théâtre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

5.1 On interroge un élève de la classe pris au hasard. On appelle P l'événement : « l'élève fait partie du club photo » et T l'événement : « l'élève fait partie du club théâtre ». Montrer que les événements P et T sont indépendants.

5.2 Lors d'une séance du club photo, les 10 membres sont tous présents. Un premier élève est tiré au sort. Il doit prendre la photo d'un autre membre du club qui sera lui aussi tiré au sort.

a. On appelle T_1 l'événement : « Le premier élève appartient au club théâtre ».
Calculer $P(T_1)$.

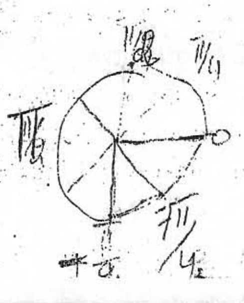
b. On appelle T_2 l'événement « L'élève pris en photo appartient au club théâtre ».
Calculer $P_{T_1}(T_2)$ puis $P_{\overline{T_1}}(T_2)$. En déduire $P(T_2\cap T_1)$ et $P(T_2\cap\overline{T_1})$.

c. Démontrer que $P(T_2)=P_{T_1}(T_2)P(T_1)+P_{\overline{T_1}}(T_2)P(\overline{T_1})$. Calculer $P(T_2)$.

5.3 Toutes les semaines on recommence de façon indépendante la séance de photographie avec tirage au sort du photographe et du photographié. Le même élève peut être photographié plusieurs semaines de suite.

Calculer la probabilité qu'au bout de 4 semaines aucun membre du club théâtre n'ait été photographié.

$x^2-y^2=0$
$2xy=4i$



$\sqrt{8^2+4^2}=4$

CP

UNIVERSITE DE DSCHANG
UNIVERSITY OF DSCHANG

INSTITUT UNIVERSITAIRE
DE TECHNOLOGIE FOTSO VICTOR

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work – Fatherland

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE DUT
Septembre 2012
EPREUVE : PHYSIQUES (Bacc séries C, D et E) Durée : 04 heures

LA FORME

Exercice 1 : (20 pts)

Au cours de la finale de Wimbledon (Angleterre) 2008, la joueuse de tennis américaine Venus Williams a établi le record du monde de vitesse au service en tennis féminin en frappant une balle à 192,4 km/h (vitesse mesurée à l'aide d'un radar IBM). Au moment du contact de la raquette avec la balle, le centre d'inertie de cette dernière se trouve à 2,45 m du sol et la direction de sa vitesse, inclinée de 6° vers le bas.

1.1 Etablir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie de la balle.

1.2 a) Déterminer l'équation de la trajectoire.

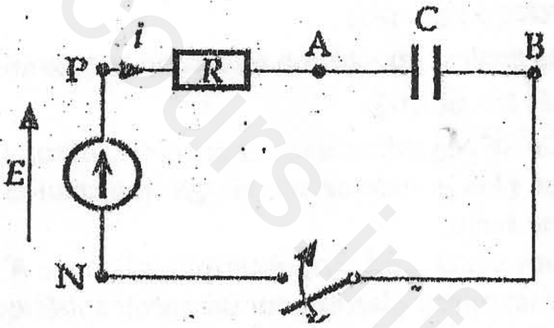
b) Le filet, haut de 90 cm est situé à 11,90 m de la joueuse. La balle passera-t-elle ?

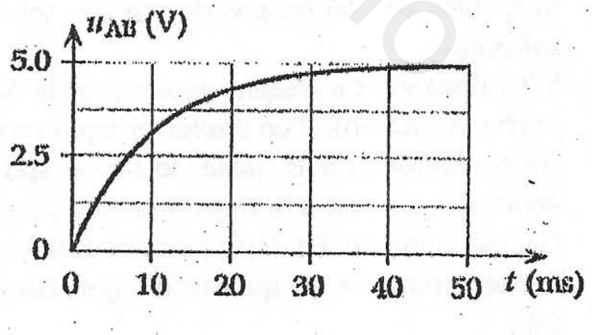
c) La ligne de fond est à 12,0 m du filet :La balle, non interceptée par l'adversaire, rebondira-t-elle dans le champ de jeu ?

1.3 Déterminer la durée du déplacement de la balle et les caractéristiques de la vitesse au moment du contact avec le sol. *Donnée : diamètre de la balle D= 66,5 mm.*

Exercice 2 : (20 pts)

Un condensateur initialement déchargé, de capacité C = 1,0 µF, est branché en série avec un conducteur ohmique de résistance $10\ k\Omega$. La tension aux bornes du générateur est E = 5, 00 V. À l'instant t = 0, on ferme le circuit. La tension $u_{AB}(t)$, enregistrée au cours de la charge, est représentée graphiquement.





2.1 Établir l'équation différentielle de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de sa charge.

2.2 La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$u_{AB}(t) = A\left[1 - e^{-\alpha t}\right]$

Déterminer A et α en fonction de E, R et C.

2.3 Exprimer la constante de temps τ en fonction de α. Calculer u_{AB} pour t = τ.

2.4 Trouver la valeur numérique de τ à l'aide du graphique. La valeur trouvée est-elle compatible avec les valeurs des composants données au début de l'énoncé ?

Exercice 3 : (20 pts)

On peut modéliser un oscillateur mécanique horizontal par un système solide-ressort constitué d'un solide de masse m, fixé à l'extrémité d'un seul ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k.

Exercice 3 : (20 pts)

On peut modéliser un oscillateur mécanique horizontal par un système solide-ressort constitué d'un solide de masse m, fixé à l'extrémité d'un seul ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k.

Le solide est mis en oscillation. La période propre des oscillations est T0.

3.1. On note la force exercée par le ressort sur le solide. Pour une position quelconque du solide, nommer les trois forces qui s'exercent sur ce solide. Les représenter au centre d'inertie G, sans souci d'échelle, sur un schéma.

3.2. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, établir l'équation différentielle du mouvement de son centre d'inertie G. Sachant que la solution générale de l'équation différentielle est de la forme :

$$x(t) = X_m \cos\left[\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t + \varphi_0\right]$$

montrer que l'expression de la période propre T_0 de l'oscillateur est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Exercice 4 : (20 pts)

4.1 Une onde transversale qui se propage sur une corde à pour équation : $y = 10\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{50} - 4t\right)\right]$ où x et y sont exprimés en cm et t en secondes.

a) Calculer l'amplitude, la fréquence, la vitesse de propagation, la longueur d'onde et le vecteur d'onde.

b) Calculer la vitesse et l'accélération maximum d'un point de la corde.

4.2 On considère l'onde $s(x,t) = \cos(t - x) + 0,5\cos(2t - 2\alpha x)$, La représenter pour $x = 0$, $x = 1,3$ et $x = 2,6$ dans les cas $\alpha = 1$ et $\alpha = 1,5$. Interpréter physiquement la différence entre les deux cas.

4.3 Deux sources distantes de 10 m sont animées de mouvements vibratoires $y_1 = 0,03\sin(\pi t)$ et $y_2 = 0,01\sin(\pi t)$. Les ondes émises se propagent à la vitesse c = 1,5 m/s. Quelle est l'équation du mouvement d'un point situé à 6 m de la première source et à 4 m de la seconde ?

Exercice 5 : (20 pts)

Après avoir démonté son télescope avec grand soin, Takala récupère une lentille (notée L) et deux miroirs (notés M1 et M2).

5.1 En se regardant dans chacun des miroirs, Takala constate que le premier (noté miroir M1) donne une image plus grande de son visage que celui-ci alors que le second (noté miroir M2) en donne une image de même taille.

a) Sans souci d'échelle, déterminer l'image A'B' du visage AB de Clémentine servant d'objet respectivement pour un miroir plan et pour un miroir sphérique.

b) À l'aide de son observation et des schémas précédents, déduire, parmi les miroirs M1 et M2, lequel est sphérique.

5.2 Takala veut à présent déterminer la distance focale du miroir sphérique. Elle allume alors une lampe de poche recouverte d'un papier opaque possédant une petite ouverture en forme de flèche verticale (de 2,0 cm de hauteur) puis pose le miroir sphérique plusieurs mètres à droite de celle-ci. Elle utilise un demi écran qui permet à la fois de laisser passer une partie de la lumière incidente et d'observer la totalité de l'image inversée. En déplaçant cet écran entre la lampe et le miroir, elle cherche une image nette G'H' de la flèche lumineuse GH qui sert d'objet. Elle l'obtient quand la distance entre l'écran et le miroir est égale à 90 cm.

a) Pourquoi Clémentine ne choisit elle pas un écran entier pour observer les images ?

b) Déduire de son expérience la distance focale du miroir sphérique. Justifier.