

ECOLE NATIONALE DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 2000

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION MATHEMATIQUES

DEUXIEME EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

Exercice 1

Soit E un espace vectoriel sur un corps $\mathbb{K}$. On suppose que E est de dimension finie. On note $\mathcal{L}(E)$ l'espace vectoriel des endomorphismes de E .

Soit $u \in \mathcal{L}(E)$ et ϕ_u l'application de $\mathcal{L}(E)$ dans $\mathcal{L}(E)$ qui à tout endomorphisme v de $\mathcal{L}(E)$ associe

$$\phi_u(v) = uv - vu.$$

1. Montrer que si u est diagonalisable alors ϕ_u est diagonalisable.
2. Prouver la réciproque si $\mathbb{K}$ est algébriquement clos.

Exercice 2

Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ et q une application de E dans $\mathbb{R}$ telle que

$$\forall (x, y) \in E^2, q(x + y) + q(x - y) = 2q(x) + 2q(y)$$

et

$\forall (x, y) \in E^2$ l'application $t \rightarrow q(x + ty)$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est continue .

1. Montrer que l'application f de E^2 dans $\mathbb{R}$:

$$(x, y) \rightarrow f(x, y) = \frac{1}{4}[q(x + y) - q(x - y)]$$

est bilinéaire symétrique. Que peut-on dire de q ?

2. On suppose que E est un $\mathbb{R}$ - espace vectoriel normé tel que

$$\forall (x, y) \in E^2, \|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 .$$

Montrer que la norme est euclidienne (c'est-à-dire associée à un produit scalaire).

Problème

Dans tout le problème, on s'intéresse à l'ensemble $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$ des matrices $(3, 3)$ à coefficients réels :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Une telle matrice est dite **symétrique** si $a_{ij} = a_{ji}$ pour tout (i, j) . Elle sera dite **antisymétrique** si $a_{ij} = -a_{ji}$ pour tout (i, j) . Elle sera dite **magique** si $\forall i = 1, 2, 3, \forall j = 1, 2, 3,$

$$a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} = a_{11} + a_{22} + a_{33} = a_{31} + a_{22} + a_{13}.$$

On donne les trois matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}; B = {}^t A; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

où ${}^t A$ désigne la matrice transposée de A .

Partie I

1. Montrer que toute matrice $M \in \mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$ est la somme d'une matrice symétrique M' et d'une matrice antisymétrique M'' et que cette décomposition est unique.

2. Montrer que l'ensemble des matrices magiques est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$.
3. Montrer que la transposée d'une matrice magique est magique.
4. Montrer que si M est magique, M' et M'' le sont aussi.
5. Vérifier que A, B et C sont magiques.
6. Construire toutes les matrices magiques antisymétriques.
7. Construire toutes les matrices magiques symétriques.
8. En déduire la dimension du sous-espace vectoriel des matrices magiques de $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$. Vérifier que A, B, C est une base du sous-espace vectoriel des matrices magiques.

Partie II

1. Calculer $A^2, B^2, C^2, AC, BC, CA, CB$.
2. Montrer que $AB + BA$ est une combinaison linéaire de C et de I_3 où I_3 est la matrice identité de $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$.
3. Quelle est la condition nécessaire et suffisante pour que le produit de deux matrices magiques soit magique ?
4. En déduire toutes les matrices magiques produits de deux matrices magiques.
5. Montrer que le produit d'une matrice magique par une combinaison linéaire de C et de I_3 est magique.
6. Montrer que les puissances paires des matrices magiques ne sont pas magiques (sauf dans un cas particulier que l'on précisera), mais que les puissances impaires d'une matrice magique sont toujours magiques.
7. Quand une matrice magique est-elle inversible ? Quelle est alors son inverse ? Est-elle magique ? Peut-on étendre aux exposants négatifs le résultat obtenu à la question précédente sur les exposants positifs ?

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B Option Mathématiques

PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

EXERCICE n° 1

Notation : Dans l'exercice ,on notera $\int f(x)dx$ l'ensemble des primitives de $f(x)$ sur l'intervalle I donné

Soit $I_n(x) = \int \frac{dx}{\cos^n x}$, $n \in \mathbb{N}$ une fonction définie sur $I = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

I- Calculer la dérivée de la fonction de la variable réelle x définie sur I par $f(x) = \ln \left| \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right|$

II- Calculer $I_0(x), I_1(x), I_2(x)$

III- A l'aide d'une intégration par parties , établir une relation de récurrence entre $I_n(x)$ et $I_{n-2}(x)$

IV- En déduire $I_3(x)$

PROBLEME I

I- Former le développement limité , à l'ordre 3 quand x tend vers 0 de : $e^x \tan x$

II- On considère la fonction f définie sur $I = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ par $f(x) = e^x \tan x$

1-Montrer que sur I , f est indéfiniment dérivable et $f'(x)$ toujours positif.

2-En déduire que f admet une fonction réciproque notée $g(t)$ indéfiniment dérivable sur $\mathbb{R}$ et admettant des développements limités de tous ordres lorsque t tend vers 0.

3-Former le développement de g à l'ordre 3

III- Soit n un entier naturel.

1-Montrer que sur l'intervalle $\left] n\pi - \frac{\pi}{2}; n\pi + \frac{\pi}{2} \right[$, l'équation $e^x \tan x = 1$ admet une racine et une seule que l'on notera $n\pi + \alpha_n$.

2-Exprimer α_n à l'aide de la fonction définie ci-dessus.

3-Montrer que $\alpha_n \approx e^{-n\pi}$ quand $n \rightarrow \infty$

On pose $\beta_n = e^{2n\pi} (\alpha_n - e^{-n\pi})$.

4-Montrer que β_n a une limite finie l que l'on calculera. Trouver un équivalent de $\beta_n - l$

IV- Plus généralement , soit f une fonction indéfiniment dérivable sur un intervalle $I =]a, b[$, $a < 0 < b$ et telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) \neq 0$.

1-Montrer que f admet , sur un intervalle $J =]\alpha; \beta[$, $\alpha < 0 < \beta$, une fonction réciproque g et que cette dernière admet des développements limités de tous ordres au voisinage de 0.

2-Indiquer une méthode permettant d'obtenir le développement limité à l'ordre n de $g(t)$, connaissant celui de $f(x)$ au même ordre n .

PROBLEME II

I- Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ la suite définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 2u_n^3$ où u_1 est donné avec $0 < u_1 < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

1-Montrer que pour tout $n > 0$, on a : $0 < u_n < \frac{1}{\sqrt{2}}$

2-Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente et trouver sa limite.

II- On considère la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par : $v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n}$ pour $n > 0$.

1-Montrer que la suite de terme général $V_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ tend vers $+\infty$.

2-Montrer que $v_n \leq \frac{2}{1-2u_1^2} u_n$ et en déduire le comportement de la suite de terme général $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

III- Montrer que la suite $(w_n)_{n \geq 1}$ définie par : $w_n = \frac{1}{u_{n+1}^2} - \frac{1}{u_n^2}$ converge vers 4.

IV-

1-Montrer que si une suite $(a_n)_{n \geq 1}$ converge vers une limite l , la suite $(b_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$b_n = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ converge aussi vers l .

2-En déduire que $\lim_{n \rightarrow \infty} 2\sqrt{n} \cdot u_n = 1, (\Leftrightarrow u_n \approx \frac{1}{2\sqrt{n}})$

**ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE
APPLIQUEE (ENEA)
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE
BP 5084
DAKAR -SENEGAL**

**INSTITUT SOUS REGIONAL DE
STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
YAOUNDE - CAMEROUN**

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIES A et B

ORDRE GENERAL

DUREE : 3 HEURES

Les candidats traiteront l'un des 3 sujets au choix.

SUJET N° 1

Comparez la Passion et la Volonté.

SUJET N° 2

Peut-on qualifier d'inhumaines certaines actions de l'homme et pourquoi ?

SUJET N° 3

L'inégalité des hommes rend-elle impossible l'égalité des citoyens ?

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE

DUREE : 2 HEURES

PROBLEME

L'objet de cet exercice est d'étudier la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2 + \frac{\ln x}{1+x}$
On note C la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 1 + x - x \ln x$.

- Déterminer les limites de g aux bornes de son intervalle de définition.
- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation (on ne demande pas de construire la courbe représentative de g).
- Prouver que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution β unique dans $]0;+\infty[$.
- Déterminer le signe de g sur son ensemble de définition.
- Montrer que $3,5 < \beta < 3,6$.

2. Etude de f

- a) Etudier les limites de f aux bornes de son intervalle de définition.
- b) Exprimer la dérivée f' de f à l'aide de g et en déduire les variations de f .
- c) Construire la courbe C (unité graphique : 2 cm); on déterminera les coordonnées du point A d'intersection de C avec la droite D d'équation $y = 2$ et on indiquera la position de C par rapport à D .

3. Encadrement d'une intégrale

Pour tout élément t de $[1; +\infty[$, on pose $I(t) = \int_1^t \frac{\ln x}{1+x} dx$.

On ne cherchera pas à calculer $I(t)$.

- a) Interpréter géométriquement cette intégrale à partir de la courbe C .
- b) Calculer l'intégrale $J(t) = \int_1^t \frac{\ln x}{x} dx$, où $t \geq 1$.
- c) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $K(t) = \int_1^t \frac{\ln x}{x^2} dx$, où $t \geq 1$.
Montrer que $0 \leq K(t) \leq 1$.
- d) Vérifier que pour tout élément $x \geq 1$, $0 \leq \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x^2}$. En déduire que $0 \leq J(t) - I(t) \leq K(t)$.
- e) Déterminer la limite de $\frac{I(t)}{(\ln t)^2}$ quand $t \rightarrow +\infty$.

EXERCICE

Dans cet exercice, le jeu de cartes contient 52 cartes. Toutes sont distribuées entre 4 joueurs, chacun d'entre eux en recevant 13. Chaque ensemble de 13 cartes est appelé une main. On rappelle que les cartes sont réparties en 4 couleurs (carreau, coeur, pique, trèfle). Chaque couleur contient un As, un roi, une dame, un valet, un 10, un 9,...,un 2.

- a) Quelle est la probabilité d'avoir les 4 As dans une main ?
- b) Quelle est la probabilité d'avoir 2 As dans une main ?
- c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un As dans une main ?

**ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE APPLIQUEE (ENEA)
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE
BP 5084
DAKAR - SENEGAL**

**INSTITUT SOUS REGIONAL DE
STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
YAOUNDE - CAMEROUN**

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIES A

et

B OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CONTRACTION DE TEXTE

DUREE : 3 HEURES

Ce texte est tiré du livre intitulé "Université de tous les savoirs", tome 1 "Qu'est-ce que la vie ?", (auteurs collectifs), l'auteur en est Michel Juvet et le titre : "L'évolutions des états du sommeil". Ce livre est paru aux éditions Odile Jacob en Juillet 2000. Il peut être résumé en 250 mots, plus ou moins 10%.

(...) Pourquoi l'homme dort-il la nuit ?

On pourrait penser que la raison en est que cela revient moins cher, car on a pas à s'éclairer ni à se chauffer la nuit, si l'on dort. Pendant très longtemps, cette explication a été acceptée mais elle est fausse. Le fait que l'homme dorme la nuit n'est pas dû au cycle soleil/obscurité.

Comment savoir si l'homme s'endort la nuit en fonction de l'alternance lumière/obscurité ? des expériences ont été réalisées pour le savoir. On place quelqu'un dans un bunker complètement fermé, sans aucun contact avec le soleil, sans montre, en lui permettant d'allumer et d'éteindre la lumière électrique quand il veut, ou bien, tout simplement dans une grotte (expérience de Michel Siffre, le spéléonaute). On observe les moments où il est endormi et les moments où il est éveillé. Dans ces conditions de *free-running*, ou de totale désynchronisation, ou encore hors du temps, le soleil ne peut plus jouer son rôle de "donneur du temps" ou de *Zeitgeber* (*Zeitgeber* signifiant en Allemand "qui donne le temps"). Donc, en dehors de tout *Zeitgeber*, le sujet se couche chaque jour un peu plus tard, si bien qu'après une dizaine de jours, il a manqué un jour. Pour les gens qui sont en dehors de la grotte, il est resté 20 jours dans celle-ci ; pour lui, il n'y est demeuré que 19 jours. Comment expliquer cela ?

Première explication le cycle soleil/obscurité ne joue aucun rôle dans l'entretien de ce rythme. Deuxième élément d'explication : le rythme n'est pas tout à fait de 24 heures, il est d'un peu plus de 24 heures. Il varie selon les sujets, mais on admet actuellement que la période endogène d'un sujet que l'on met dans une grotte ou dans un bunker est de 24,3 heures, ce qui n'est pas exactement un jour. En latin, on dit "à peu près un jour" : *circa diem*. Le qualificatif de "circadien" est en fait apparu dans la littérature récemment, dans les années 1960, sous la plume de Halberg. Comment expliquer ce rythme "circadien" ?

La raison en est la suivante : nous avons une horloge dans la tête. Cette idée d'avoir une horloge dans la tête est née au XVIII^e siècle, dans l'esprit de l'astronome François Ortous de Mairan. Cet amoureux des plantes possédait chez lui un *Mimosa pudica*. Les feuilles de mimosa ont ceci de particulier qu'elles se redressent le jour et se replient la nuit, d'une façon tout à fait remarquable. L'astronome eut un jour l'idée d'enfermer son mimosa dans un placard obscur : lorsqu'il l'ouvrit à midi, il constata que le mimosa *savait* qu'il y avait du soleil à cette heure-là, puisque ses feuilles étaient ouvertes ; il l'ouvrit à nouveau à minuit, et remarqua que les feuilles étaient fermées. Il décrivit cette expérience dans une note d'une page parue dans les *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, en 1729, dans laquelle il concluait : "il y a une horloge à l'intérieur du mimosa". Personne ne l'a cru. Il a fallu attendre 100 ans, en 1820, pour que l'un des meilleurs botanistes, de Candolle, enregistre les mouvements des feuilles de mimosa la nuit et le jour, puis dans l'obscurité totale, et constate les mêmes mouvements des feuilles. La seule explication, conclut-il également, c'est qu'il se trouve une sorte d'horloge dans la plante. Cette horloge, qui nous permet d'aller nous coucher le soir, même sans connaître l'heure, joue un rôle fondamental.

Où se trouve cette horloge dans notre cerveau ? Et pourquoi a-t-on une horloge ? Cette horloge est présente en effet dans tous les êtres vivants, de l'unicellulaire à l'homme ; c'est sans doute une des plus grandes inventions de l'évolution, car elle est responsable de ce qu'on appelle "l'homéostasie prédictive". Où se trouve l'horloge ? On s'est aperçu, en travaillant sur les plantes ou les animaux, que lorsqu'ils avaient un rythme de 23 ou 24,3 heures, il suffisait de leur projeter un bref éclair de lumière pour que leur horloge vienne se remettre à 24 heures. Autrement dit, le rôle du *Zeitgeber* solaire, de la lumière, est très important pour que pour que l'horloge que nous avons dans la tête vienne se remettre à un rythme de 24 heures. L'horloge est donc en rapport avec la lumière, et surtout avec la lumière bleue chez l'homme. L'horloge se trouve dans les yeux de la mouche. Chez les oiseaux, l'horloge est situé dans la "glande pinéale" ou l'*épiphyse*, qui est juste sous l'os du crâne, lequel laisse passer suffisamment de photons pour que le soleil vienne agir sur l'horloge. Le chat, pour sa part, a une horloge qui fonctionne très mal, il n'a pas de rythme *circadien*, et il dort autant le jour que la nuit.

L'horloge, chez l'homme, n'a été découverte que dans les années 1970. En regardant certaines projections de la rétine, on s'est aperçu qu'il y avait deux systèmes dans le cerveau : un *système visuel*, qui passe par la rétine, qui va dans le cerveau, et se termine au niveau du cortex occipital : c'est le système dit *visuel*, qui fait que je vois que vous êtes là. Mais depuis on a découvert le *système photique* : certaines cellules ganglionnaires de la rétine se projettent au niveau du noyau supra-chiasmatique (qui est l'horloge chez l'homme et les mammifères). A partir de ce noyau, tout un système va prévenir le cerveau qu'il fait jour. Ce n'est pas parce que nous sommes conscients qu'il fait jour, grâce à notre système visuel, que notre cerveau, lui le sait. Il y a même un rat complètement aveugle, mais à qui il reste quelques petites cellules sous la peau, qui forment un système suffisant pour venir activer son noyau suprachiasmatique. On peut donc être totalement aveugle, et avoir notre cerveau capable de savoir qu'il fait jour. Certains se demandent même si certaines maladies psychiatriques ne pourraient pas être dues à l'inverse : on peut très bien voir, mais avoir notre système photique défectueux, de telle sorte que l'horloge se recale mal le matin. Ainsi, à certains moments, tandis qu'il sera 3 heures de l'après-midi, elle peut dire à l'organisme qu'il est trois heures du matin. C'est pourquoi, pour traiter certaines maladies dépressives, on fait regarder aux patients, le matin, des tubes fluorescents pour exciter leur système photique. En dehors du système photique, la glande pinéale, (ou épiphyse), est reliée aux noyaux supra-chiasmatiques. A l'obscurité, elle secrète une hormone, la mélatonine, qui favorise l'endormissement. En conclusion, il faut retenir que l'horloge circadienne organise notre sommeil dans le temps, mais elle n'est pas responsable du sommeil. La preuve en est donnée par l'expérience suivante. Un rat est placé dans l'obscurité continue, son noyau *supra-chiasmatique* lui "dit" d'être éveillé ou de dormir toutes les 24 heures. Ensuite,

si on détruit l'horloge des noyaux supra-chiasmatiques (par coagulation avec des électrodes), le rythme circadien est détruit, puisqu'on a plus d'horloge ; et le rat va dormir selon un rythme *plus rapide* que le rythme circadien, c'est à dire selon un rythme ultradien (à peu près toutes les trois heures). L'explication de ce rythme ultradien dans la physiologie du sommeil, n'a pas encore été apportée. Le sommeil est un mystère dans lequel il reste encore beaucoup à découvrir.

Maintenant que l'on sait où est l'horloge et que l'on sait que ce n'est pas le centre du sommeil, et qu'elle sert à installer des périodes de sommeil, posons-nous la question suivante : pourquoi a-t-on une horloge ? A quoi cela peut-il servir ? Permettez-moi la métaphore suivante : au commencement du monde, dans l'océan primitif, il n'y avait que des algues bleues. Elles se groupent dans le fond de l'océan et montent à la surface de la mer pour absorber des photons, c'est à dire à la lumière du soleil, déclenchant une chaîne de réactions chimiques produisant des sucres. Supposons que certaines d'entre elles, "pas très intelligentes", mettent en jeu les synthèses protéiques lorsque le soleil est au zénith, pendant 5 ou 6 heures pour fabriquer des sucres à partir du soleil : lorsque tout sera prêt pour qu'elles fabriquent des sucres, le soleil sera malheureusement couché. Ce sera donc un échec lamentable. C'est après bien des essais et des erreurs de cette sorte, que les algues se sont enfin mises à fabriquer tous les mécanismes de synthèses *avant 6 heures du matin* (prenant ainsi en compte l'aspect très prédictif de la courbe de la Terre autour du soleil), afin que, le soleil étant à son zénith, toutes les choses soient prêtes, et que tout marche. Cette invention, on lui a donné le nom d'*homéostasie prédictive*. Sans ce système, la vie serait impossible. Tout système vivant entre en réaction avec les milieux extérieurs, et il se produit des réactions chimiques plus ou moins rapides, et si elles ne sont pas préparées par la synthèse des protéines qui doit avoir lieu avant, le système ne peut pas fonctionner, en particulier le système qui dépend du jour et de la nuit.

L'*homéostasie prédictive* a également lieu chez l'homme : le matin, il faut que notre système corticosurrénalien, nos muscles, soient en parfait état. Or, cela ne peut pas se faire instantanément le matin : ça doit être mis en jeu la nuit. Sous l'influence de notre horloge circadienne, vers 2 h du matin, l'hypothalamus, se met à libérer certains facteurs (CRF), qui vont agir sur l'ACTH, lequel va agir sur la corticosurrénale, laquelle va augmenter le taux de cortisone trop faible le matin. Ainsi, c'est au cours du sommeil le plus profond, vers 2-3 heures du matin, que se met en route le véritable mécanisme dont on a besoin lorsqu'on se réveille.

Quittons maintenant les algues bleues pour remonter l'arbre de l'Evolution jusqu'aux *Ectothermes*, c'est à dire les lézards, les batraciens, certains reptiles. Qu'est-ce que le sommeil pour ces animaux là ? A vrai dire, les physiologistes n'osent pas parler de "sommeil", chez une grenouille, chez un lézard; ils parlent plutôt de "repos", de "cycle activité/repos". La température ambiante est le principal facteur qui va entretenir le repos et l'activité. La température, lorsqu'elle monte, rend l'animal actif, lorsqu'elle redescend, le rend inactif. On peut très bien aller chercher une vipère dans le bois de Saint-Cloud à minuit : elle ne mordra pas, parce qu'il fait froid.

Tout ceci résulte de l'application d'un principe : le principe du Q10. Admettons que la fréquence cardiaque de l'animal à 37° C soit de 100; à 27° C, elle sera de 50 ; et le Q10 sera le quotient de 37/27 : ce sera 2. Chez tous les animaux, tous les phénomènes biologiques quels qu'ils soient ont un Q10 compris entre 2 et 3. Une baisse de température de l'ordre de 5° est suffisante pour que ces animaux qui dépendent de la température extérieure, ne puissent pas être éveillés et restent dans leur abri. L'homéostasie prédictive joue toujours un jeu : l'horloge circadienne vers 5 heures de l'après-midi, "dit" au lézard : "mets-toi vite à l'ombre, autrement, plus tard, tu ne pourras pas rentrer car il fera trop froid". Avec les oiseaux et les autres mammifères, nous sommes des animaux *homéothermes*. Nous possédons suffisamment de mitochondries pour que notre chaleur animale nous permette de nous promener lorsqu'il fait froid. Les variations de la température extérieure ne sont donc pas suffisantes pour expliquer le rythme éveil-sommeil.

Il faut maintenant essayer d'expliquer pourquoi on est inconscient pendant le sommeil.

Pourquoi le ronfleur ne sait-il pas qu'il ronfle ? Que se passe-t-il dans le sommeil des oiseaux et des mammifères que nous sommes, pour que nous perdions conscience au cours du sommeil ?

C'est facile à comprendre pour une grenouille : si elle est à basse température, son système nerveux ne marche pas très bien. Mais, chez les mammifères, chez l'homme, la température reste la même, donc il faut chercher une autre explication. Qu'est-ce que, chez les mammifères et les oiseaux ont acquis de plus par rapport aux reptiles et aux batraciens ? Ils ont acquis le manteau cortical - le cortex cérébral avec lequel on pense -, et un système qui est le thalamus, il y a une espèce de "machine automatique" qui nous rend inconscients lorsque nous dormons.

Que se passe-t-il quand nous sommes éveillés ? Ce cortex cérébral est excité par un réseau de neurones (comme le Web). Cette excitation provoque une activité électrique rapide qui est nécessaire à la conscience.. Comment s'endort-on ? Normalement : lorsque l'horloge - le noyau supra-chiasmatique - va envoyer le signal "il est 10 heures du soir", on va bâiller, avoir sommeil. Des mécanismes compliqués vont commencer à baisser notre température centrale. Elle descend avant que l'on dorme. Ordre est alors donné à un nouveau système situé dans l'hypothalamus - le système du sommeil - d'entrer en jeu. Ce système va venir bloquer les systèmes de l'éveil, avec un neurotransmetteur qui est le "GABA". Etant donné que les systèmes de l'éveil bloquent cette machine automatique qui est situé au coeur du thalamus, le thalamus envoie alors cette activité vers le cortex où elle vient "brouiller" les processus de la conscience. On a donné à cette activité électrique le nom de "fuseaux", ou, comme elle a été découverte par les Américains, de *spindle*.

Voilà les grandes acquisitions des homéothermes : ce n'est pas la baisse de la température centrale, qui est minime, qui fait qu'ils ne peuvent pas réagir au bruit, et qu'ils ne savent pas qu'ils ronflent. C'est le système de sommeil qui bloque les informations de l'éveil, libère le système thalamo-cortical responsable des "fuseaux". L'apparition de ces "fuseaux" au niveau du cortex est l'indice du sommeil et de la perte de conscience. Les fuseaux sont ensuite suivis par l'apparition d'ondes lentes qui sont l'indice d'un sommeil très profond. (...)