

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE D'INGENIEUR DE L'ECOLE
AFRICAIN DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)
SESSION 2013
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
DUREE : 4 HEURES**

Exercice 1 (5pts)

1. Montrer que si $f \in \mathcal{R}[a, b]$, alors $\exists \theta \in]a, b[$ tel que: $\int_a^\theta f(t)dt = \int_\theta^b f(t)dt$.

2. Soit $f \in C[a, b]$, $a > 0$ et $\int_a^b f(x)dx = 0$. Montrer qu'il existe $\theta \in]a, b[$ tel que:

$$\int_a^\theta f(x)dx = \theta f(\theta).$$

Exercice 2 (4pts)

Déterminer la somme de la série $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n = (-1)^{n-1} \frac{n}{(n+1)(n+2)} x^{n+1}$.

Exercice 3 (5pts)

Déterminer l'extremum de la fonction f définie par: $f(x, y, z) = 2x^3yz - x^2 - y^2 - z^2$

Exercice 4 (6pts)

1) Exprimer $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha}$ et $\frac{\sin 4\alpha}{\sin \alpha}$ en fonction de $\cos \alpha$.

2) Dans $M_n(\mathbb{R})$, on considère la matrice suivante:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & & & \\ b & a & b & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & b & a & b \\ & & & b & a \end{pmatrix}$$

- 4) et on désigne par $P_n(\lambda)$ son polynôme caractéristique. Déterminer une relation de récurrence liant P_n, P_{n-1}, P_{n-2} (pour $n \geq 4$)
- 5) On pose $\lambda = a + 2b \cos \alpha$. Calculer directement $P_2(\lambda)$ et $P_3(\lambda)$ en fonction de α . En déduire $P_n(\lambda)$ en fonction de α .
- 6) Déterminer les valeurs propres $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ de A .
Montrer que le vecteur propre V_k associé à λ_k a pour composantes $(\sin \omega, \sin 2\omega, \dots, \sin n\omega)$ en précisant la valeur de ω .