

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE D'INGENIEUR DE L'ECOLE
AFRICAIN DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE
(EAMAC)**

SESSION 2012

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

Exercice 1 (4pts)

1. Déterminer le développement en série de Fourier des fonctions $\cos^3 x$ et $\cos^4 x$ sur $[-\pi, \pi]$.
2. En déduire les valeurs des intégrales suivantes: $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^6 x dx$ et $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^8 x dx$.

Exercice 2 (6pts)

1. Démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwartz suivante: Soit f et g deux fonctions Riemann intégrables sur $[a, b]$, alors $\left(\int_a^b f(x) g(x) dx \right)^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \int_a^b g^2(x) dx$.
2. On pose $\mathcal{A} = \{f \in C^2[0, 1] \mid f(0) = f(1) = 0\}$.

a) Déterminer

$$\min_{f \in \mathcal{A}} \int_0^1 (f''(x))^2 dx$$

b) Déterminer la fonction f pour la quelle ce minimum est atteint.

Exercice 3 (5pts)

On considère la matrice: $A = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 9 & 3 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

1. Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de A .

2. Calculer les nombres u_n, v_n, w_n définis pour $n \geq 1$ par: $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \\ w_{n-1} \end{pmatrix}$

avec u_0, v_0, w_0 donnés.

Exercice 4 (5pts)

Soit X une variable aléatoire continue de fonction densité:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - x^2}, & \text{si } x \in]-a, a[, \quad a > 0 \\ 0, & \text{si } x \notin]-a, a[. \end{cases}$$

1. Déterminer l'espérance mathématique et la dispersion de la v.a. X
2. Déterminer la fonction de répartition de X .