Mathématiques

Baccalauréat série D Session 2001

Exercice 1

Dans cet exercice, z désigne un nombre complexe quelconque et (P) le plan complexe muni d'un repère orthonormé $R(O\ ,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$.

1. a) Développer, réduire et ordonner par rapport aux puissances décroissantes de z l'expression : $(z+z)(z^2-6z+34)$.
   b) Soit (E) l'équation $z^3-4z^2+22z+68=0$.
   Démontrer que (E) admet un entier comme solution.
   c) Résoudre (E) dans l'ensemble C des nombres complexes.

2. A, B et C désignent trois points de (P) d'affixes respectives -2 ; 3+5i ; 3-5i .

   La droite (BC) coupe l'axe des abscisses en K.

   a) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier votre réponse.
   b) R désigne la mesure principale de l'angle de R.

Exercice 2

Un collège bilingue de 930 élèves comporte une section anglophone et une section francophone.

30% des élèves sont en section anglophone ;

40% des élèves du collège sont des garçons ;

25% des élèves garçons du collège sont en section anglophone.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Catégorie d'élèves	Nombre
Elève en section anglophone	
Elève en section francophone	
Elève garçon en section anglophone	
Elève fille du collège	

2. On choisit au hasard un élève du collège , on suppose que tous les choix d'un élève sont équiprobable. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a) A « choisir un élève de la section anglophone ».
   b) B « choisir un garçon sachant qu'il est un élève de la section anglophone ».
   c) C « choisir un élève de la section anglophone sachant qu'il est un garçon ».

Problème

Dans tout ce problème on note :

- f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :
  $f(x) = (x-2)e^x + x$
- (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ (unité de longueur sur les axes 1 cm).
- Enfin, $g$la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par:
  $g(x) = (x-1)e^x + 1$

Le problème comporte trois parties liées A , B , C

Partie A

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de g et dresser le tableau de variation de g .
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B

1. a) Calculer la limite de f en $-\infty$.
   b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$.
   Etudier la position de (C) par rapport à (D).
2. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b) Calculer la limite quand x tend vers $+\infty$ du rapport $\frac{f(x)}{x}$;
   Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Calculer la dérivée de f et en déduire le tableau de variation de f.
4. a) Démontrer que (C) coupe l'axe des abscisses en un unique point d'abscisse α.
   b) Calculer les valeurs exactes, puis les troncatures à trois décimales de $f(1{,}68)$ et $f(1{,}7)$.
   En déduire une valeur approchée de α à 10^{-2} près par défaut.
5. Tracer (C).

<u>Partie C</u>

t désigne un nombre réel négatif.

1. A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_t^0 (x-2)e^x dx$.
2. Calculer en centimètres carrés l'aire A (t) de la partie du plan limitée par les droites d'équations $x = t$; $x = 0$; $y = x$ et la courbe (C).
3. Calculer la limite en $-\infty$ de A (t).
4. On considère les équations différentielles suivantes

$(E) : y'' - 2y' + y = x - 2 \quad ; (E') : y'' - 2y' + y = 0 \quad .$

a) Trouver une fonction affine h qui soit solution de (E).

b) Soit g au moins deux fois dérivable.
Démontrer que g est solution de (E) si et seulement si $g - h$ est solution de (E').

c) Résoudre (E').

d) En déduire les solutions de (E) et vérifier que la fonction f de la partie A est une solution de (E).