Mathématiques

Baccalauréat série D Session 2000

Exercice 1

Dans le plan complexe (p) rapporté au repère orthonormé $(0\,,\ \vec{u},\ \vec{v})$, on considère les points A d'affixe 1 , B d'affixe z et C d'affixe z^2 .

1. Déterminer z pour que 0 soit le barycentre des points A , B et C affecté des coefficients respectifs 4 ; -2 et 1. (le point B a une ordonnée strictement positive)
2. Z ayant la valeur trouvée précédemment, déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $4\,AM^2 - 2BM^2 + CM^2 = k$; où k est un réel donné
   (Discuter suivant les valeurs de k)
3. On considère F l'application de (p) dans (p) qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = \left(1 + i\sqrt{3}\right)z$.
   a) Déterminer les images par F des points d'affixe 1 et $\left(1 + i\sqrt{3}\right)$
   b) Quelle est la nature de F ? Donner les éléments caractéristiques

Exercice 2

1. Soit n un entier naturel ; calculer $I = \int_n^{n+1}(x + 1)e^{-x}dx$
2. On appelle (U_n) la suite définie par : $U_n = -(n + 3)e^{-n-1} + (n + 2)e^{-n}$
   a) Etudier la convergence de (U_n)
   b) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$
      - Calculer S_2
      - Exprimer S_n en fonction de n
      - Calculer la limite de S_n quand n tend vers l'infini.
3. Loïs part de Cameroun avec une somme de 675 000 F CFA. Elle doit visiter n pays d'Afrique. Sachant que le taux d'échange est de 15 % à chaque frontière et que tous les frais de séjour sont pris en charge par ses amis dans chaque pays,
   a) Combien lui reste-t-il au troisième pays ?
   b) Combien de pays doit-elle visiter pour qu'au retour dans son pays il lui reste au moins 200 000 F CFA ?

PROBLEME

A/

Une urne contient n boules noires et une boule blanche indiscernables au toucher. Un jeu consiste à tirer de cette urne une boule, de noter sa couleur et de la remettre dans l'urne. Cette épreuve s'effectue deux fois.

Si après le tirage on obtient deux boules noires, on gagne 1 F ; si après le tirage on obtient deux boules blanches, on gagne 10 F ; si on obtient deux boules de couleurs différentes, on perd 3,5 F . Soit x la variable aléatoire qui au résultat associe le gain.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire x.
2. Calculer l'espérance mathématique $E(x)$.

B/

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = \frac{x^2-7x+10}{(x+1)^2}$

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation
2. Tracer soigneusement la courbe représentative (C) de f dans un plan rapporté à un repère orthogonal $(0\,, \vec{i}, \vec{j})$ (unités sur les axes : $||\vec{i}|| = 2cm$; $||\vec{j}|| = 1cm$)
3. Utiliser la courbe représentative (C) de la fonction f pour donner les valeurs de n pour lesquelles :
   a) Le jeu de la partie   est équitable ;
   b) Le jeu est avantageux.
4. Soit F la fonction numérique d'une variable réelle définie par $F(x) \int_0^x f(t)dt$; $x \geq 0$
   a) Justifier l'existence de F
   b) Démontrer qu'il existe trois nombres réels a , b et c tels que , pour tout x différent de -1, $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$.

      En déduire l'expression de $F(x)$ et calculer $F(0)$;

   c) Calculer l'aire du domaine plan limité par les droites d'équations

      $x = 2$; $x = 5$; $y = 0$ et (C)