

Mathématiques

Baccalauréat série A

Session 2013



Exercice 1 (4 points)

Soit le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$, où x est un réel quelconque.

- Calculer $P(3)$. Que traduit ce résultat ?
- Mettre $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$, où b et c sont des réels à déterminer.
- On pose $b = -3$ et $c = -4$. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.
- En déduire dans \mathbb{R} les solutions des équations :
 - $\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 5 \ln x + 12 = 0$;
 - $e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0$.

Exercice 2 (6 points)

- Dans une tombola, on a vendu 10 000 billets. Chaque billet porte un numéro de quatre chiffres par exemples 0000, 1238. Sachant que tous les billets ont la même chance d'être tirés dans cette tombola, quelle est :
 - La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres différents ?
 - La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro de quatre chiffres identiques.
- Le tableau suivant donne la répartition d'un groupe d'enfants par leur taille (en cm) :

Tailles en cm	[80; 90[[90; 95[[95; 100[[100; 105[[105; 110[[110; 120[
Effectifs	3	15	22	18	12	5

- Reproduire le tableau en regroupant la série en quatre classes de même amplitude égale à 10.
- Construire alors l'histogramme des effectifs de la série.
- En déduire le polygone des effectifs
- Calculer la moyenne de cette série.

Problème (10 points)

f est la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On prendra 1 cm comme unité sur les axes.

- Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0,5	1	2	4	8
-----	-----	---	---	---	---

$f(x)$					
--------	--	--	--	--	--

2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + (x + 1)]$. Que traduit ce résultat ?
3. Déterminer une équation de l'asymptote verticale à (\mathcal{C}_f) .
4. Étudier les variations de f (dérivée sens de variations et tableau de variations).
5.
 - (a) Préciser la position de la courbe (\mathcal{C}_f) par rapport à la droite d'équation $y = -x + 1$.
 - (b) Construire soigneusement la courbe (\mathcal{C}_f) dans le repère.
 - (c) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R}_+^* l'inéquation $f(x) + x - 1 < 0$.
6. Dédire dans le même repère la courbe (\mathcal{C}_g) de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$.
7.
 - (a) Déterminer les réels α, β et γ tels que $f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}$.
 - (b) En déduite la primitive de F de f sur \mathbb{R}_+^* qui s'annule en $x_0 = 2$.