

Mathématiques

Baccalauréat série A

Session 2007



Exercice 1 (4 points)

- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système $(S) : \begin{cases} 5x - 2y = -48 \\ 2x + y = -6 \end{cases}$
- En déduire la solution du système $(S) : \begin{cases} \ln(x + 2y) - \ln 2 = \ln(8 + x) + \ln 3 \\ e^{2x-1} e^{y+7} = 1 \end{cases}$

Exercice 2 (6 points)

Les résultats respectifs seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Une urne contient dix jetons indiscernables au toucher :

- deux portent le numéro 1,
- trois portent le numéro 2,
- quatre portent le numéro 3,
- un porte le numéro 4.

On tire simultanément et au hasard 2 jetons de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir deux numéros pairs ».

B : « obtenir deux numéros impaires ».

C : « obtenir deux jetons portant le même numéro ».

D : « obtenir deux jetons portant des numéros dont la somme est 5 ».

E : « obtenir deux jetons dont l'un au moins porte le numéros 3 ».

Problème (10 points)

I. on considère la fonction f d'une variable réelle x telle que : $f(x) = -1 - 2 \ln x$.

1.

(a) Montrer que l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f est $]0; +\infty[$.

(b) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

(c) Résoudre les équations : $f(x) = -1$; $f(x) = 1$.

(d) Déterminer la fonction dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de f .

2.

(a) Exprimer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(2)$; $f(4)$ et $f(8)$ en fonction de $\ln 2$.

(b) Tracer la courbe \mathcal{C}_f de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé. Unité sur les axes : 1 *cm*. Prendre $\ln 2 = 0,7$.

II. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = f(e^n)$, (e base du logarithme népérien).

1.

(a) Déterminer u_0 , u_1 , et u_2 .

(b) Exprimer u_n en fonction de n uniquement.

2.

(a) Montrer que (u_n) est une fonction arithmétique.

(b) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{19} + u_{20}$.