Mathématiques

Baccalauréat série A Session 2000

EXERCICE 1

1. Démontrer par récurrence la propriété suivante :
   Pour tout entier naturel non nul n , $1 + 2 + 3 \ldots \ldots .. + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. On note : $S_{1998} = 1 + 2 + 3 \ldots \ldots .. + 1998$.
   S_{1998} est la somme des entiers naturels inférieurs ou égaux à 1998,
   En utilisant le résultat de la question 1, calculer S_{1998}.

EXERCICE 2

1. Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $z = \frac{(i+1)^2}{(1-i)^4}$.
2. Calculer le module et un argument de z.

EXERCICE 3

8 jetons de 1 à 8 sont placés dans un sac ; on tire deux jetons au hasard.

1. Quelle est la probabilité pour que la somme des nombres portés par les deux jetons soit égale à 9 ?
2. On tire quatre fois de suite deux jetons à la fois, en remettant dans le sac les deux jetons tirés après avoir noté les nombres portés. A chaque tirage deux jetons, on évalue la somme des nombres portés par les deux jetons.
   Quelle est la probabilité d'obtenir exactement trois fois une somme égale à 9.

EXERCICE 4

L a fonction f est définie dans l'intervalle $]0\,, +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{4}{x}$.

On note (C) la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ du plan,

(unité de longueur sur les axes 1 cm).

1. a. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
   b. Démontrer que (C) admet une asymptote oblique et une asymptote verticale donc vous préciserez des équations.
2. a. Calculer la dérivée de f et préciser son signe dans $]0\,, +\infty[$.
   b. Dresser le tableau de variation de f.
   c. Tracer (C)
3. a. Calculer la dérivée de la fonction F définie par $F(x) = \frac{x^2}{2} - 4lnx$.

b. En déduire la valeur exacte de l'aire de la partie du plan définie par les points M dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient : $2 \leq x \leq e\ et\ 0 \leq y \leq f(x)$..