

Mathématiques

PROBATOIRE Série D

Session 2013



Exercice 1

Les êtres humains sont répartis suivant la composition du sang, en quatre groupes : O , A , B et AB . Dans une assemblée de dix donneurs de sang, quatre personnes appartiennent au groupe O , trois personnes au groupe A , deux personnes au groupe B et une personne au groupe AB . On choisit au hasard et simultanément trois personnes de cette assemblée. Déterminer :

- Le nombre de choix possibles.
- Le nombre de choix où les trois personnes appartiennent au même groupe sanguin.
- Le nombre de choix où deux personnes au moins appartiennent au même groupe sanguin.

Exercice 2

(U_n) est la suite numérique définie par
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = -\frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$$

- Calculer U_1 , U_2 et U_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
- Déterminer la fonction h telle que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = h(U_n)$.
 - Représenter dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les cinq premiers termes de (U_n) sur l'axe des abscisses.
- Prouver que la suite numérique (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n = U_n - 2$

Est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Problème

Partie A :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On considère la fonction rationnelle définie par :

$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ et C_f sa courbe représentative dans le plan.

- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
 - Préciser les asymptotes à la courbe C_f de f .
 - Démontrer que le point $I(0; 1)$ est le centre de symétrie de la courbe C_f .
- Construire la courbe C_f .

3. Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par $g(x) = f(|x|)$ et C_g sa courbe représentative.

(a) Montrer que la fonction g est paire.

(b) Donner un programme de construction de la courbe de la construction C_g à partir de la courbe C_f .

(c) Tracer alors C_g dans le même repère que C_f .

Partie B :

On désigne par $A(1; 3)$, $B(-1; 3)$ et $C(-1; -1)$ trois points dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Calculer $\cos \widehat{ACB}$ et $\cos \widehat{BAC}$.
En déduire les valeurs approchées en degrés de $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$.
3. Trouver l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 20$.