Mathématiques

PROBATOIRE Série D Session 2015

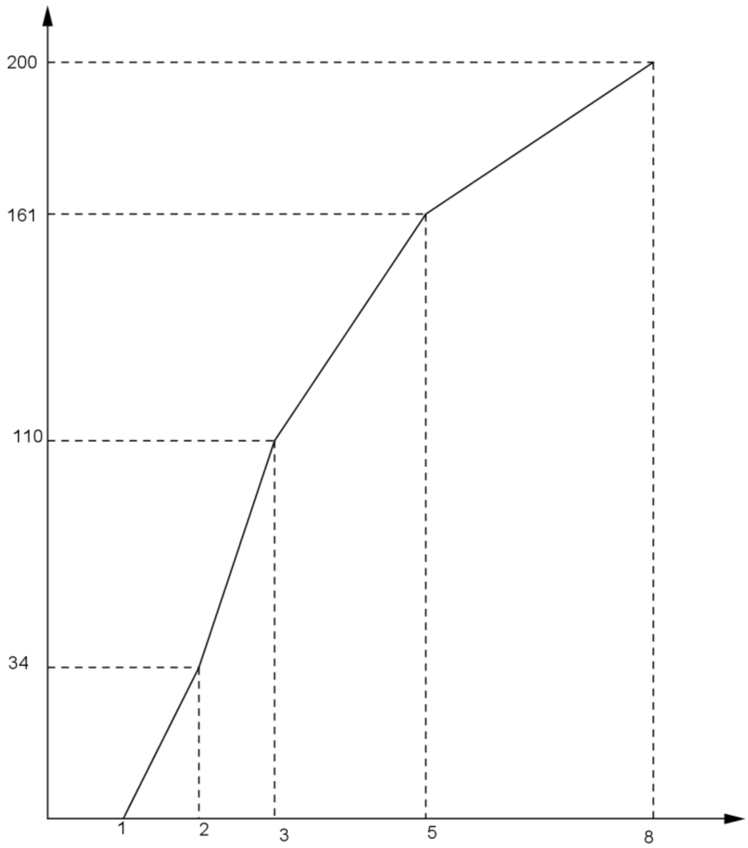
Exercice 1

Les 200 ouvrières d'une entreprise sont répartis suivant leurs salaires journaliers exprimés en milliers de francs.

1. Recopier et compléter le tableau ci – dessous :

Salaires journaliers	$[1;2[$	$[2;3[$	$[3;5[$	$[5;8[$
Effectifs	34			
Effectifs cumulés croissants		110		200
Centres de clase			4	

2. Déterminer le mode de cette série et le salaire journalier moyen.
3. Calculer sous forme de fraction irréductible, la valeur exacte de la médiane de cette série.
4. Estimer le nombre d'ouvriers ayant un salaire journalier inférieur à $4500\ F$.



Exercice 2

Issa et Pierre disposant chacun d'une somme de $300\,000\ F$, ont un projet d'acheter, chacun une moto qui coûte $390\,000\ F\ CFA$. Un établissement de micro finance leur propose deux types d'épargne pour les aider à pouvoir acheter leur moto. Le premier type d'épargne permet au capital d'augmenter de 7% chaque année. Le second permet au capital d'augmenter de $21\,000\ F\ CFA$ chaque année. Issa choisit le premier type d'épargne et Pierre le second le 1er Janvier 2010. On désigne par u_n et v_n les capitaux respectifs de Issa et Pierre en l'an $2010 + n$ On pose $u_0 = v_0 = 300\,000$.

1.

(a) Calculer le capital de Issa au 1er Janvier 2011.

(b) Montrer que $u_{n+1} = 1{,}07u_n$ pour n de $\mathbb{N}$.

(c) En déduire la nature de la suite (u_n).

(d) Exprimer en fonction n le capital de Issa au 1er Janvier de l'an $2010 + n$.

2.

(a) Calculer le capital de Pierre au premier Janvier 2011.

(b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n pour n de $\mathbb{N}$.

(c) En déduire la nature de la suite (v_n).

(d) Exprimer en fonction de n le capital de Pierre au 1er Janvier de l'an $2010 + n$.

3.

(a) Déterminer u_3 et u_4.

(b) En déduire à partir de quelle année Issa pourra – t – il acheter sa moto ?

4. A partir de quelle année Pierre pourra – t – il acheter sa moto ?

Problème

A)

1. Développer $(\sqrt{3} - 1)^2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.
3. En déduire dans $\mathbb{R}$, puis dans $[0{,}2\pi[$ l'ensemble solution de l'équation :

$$2\cos^2 x - (\sqrt{3} + 1)\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

B) Le plan est muni du repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit $A\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}9\\-4\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ trois points du plan. Soit I le milieu du segment $[BC]$ et G l'isobarycentre des points A, B et C.

1.

(a) Déterminer les coordonnées de G.

(b) Que représente G pour le triangle ABC ?

(c) Calculer les distances AB, AC et BC. En déduire que le triangle ABC est rectangle en A.

2.

(a) Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que $MB^2 + MC^2 = 100$.

(b) En déduire une représentation paramétrique de (C).

C) On considère la fonction f numérique de variable réelle, de courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$. Le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

I. Par lecture du tableau de variation ci – dessus ; déterminer :

1. L'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.
3. $f(-1)$ et $f(1)$; $f'(-1)$ et $f'(1)$.

II. On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ pour tout $x \neq 0$ où a, b et c sont trois réels.

1. En utilisant les résultats précédents, montrer que $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x}$ pour tout $x \neq 0$.
2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C}_f)$.
3. Montrer que le points $\Omega\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est centre de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C}_f)$.
4. Construire avec soin $(\mathcal{C}_f)$ et (D) dans le même repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité sur les axes : 1 cm.