

Mathématiques

PROBATOIRE Série D

Session 2016

EXERCICE 1



Dans une classe de première D comptant 90 élèves dont 60 garçons, une enquête est menée sur la distance hebdomadaire en km parcourue par chaque élève pour se rendre au lycée. Le résultat est consigné dans le tableau complet ci-dessous :

| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| Distances | $[0 ; 3[$ | $[3 ; 5[$ | $[5 ; 7[$ | $[7 ; 11[$ |
| Effectifs | 25 | 23 | 32 | 10 |

- 1- Déterminer l'arrondi d'ordre 2 de la moyenne des distances hebdomadaires parcourues par ces élèves.
- 2- Déterminer la classe modale de cette série statistique.
- 3- Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 4- Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique.
- 5- Déterminer le nombre d'élèves qui parcourent moins de 5 km par semaine.
- 6- En vue de mieux préparer les élèves au probatoire série D, le professeur titulaire de cette classe voudrait constituer des groupes d'étude de cinq élèves.

Pour chacune des deux questions suivantes, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est juste.

Ecrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse juste sur votre feuille de composition. Aucune justification n'est demandée.

- i) Le nombre de groupes possibles de groupe possible qu'il peut former est :
 - a) 90^5 ;
 - b) A_{90}^5 ;
 - c) C_{90}^5 ;
 - d) $5!$.
- ii) Le nombre de groupes qu'il peut former contenant au moins deux filles et au moins deux garçons est :
 - a) $C_{60}^2 \times C_{30}^3$;
 - b) $C_{60}^3 \times C_{30}^2$;
 - c) $A_{60}^2 \times A_{30}^3$;
 - d) $C_{60}^3 \times C_{30}^2 + C_{60}^2 \times C_{30}^3$.

EXERCICE 2

ABCD est un carré de sens direct de centre O et de côté 3cm. On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure $-\frac{\pi}{2}$.

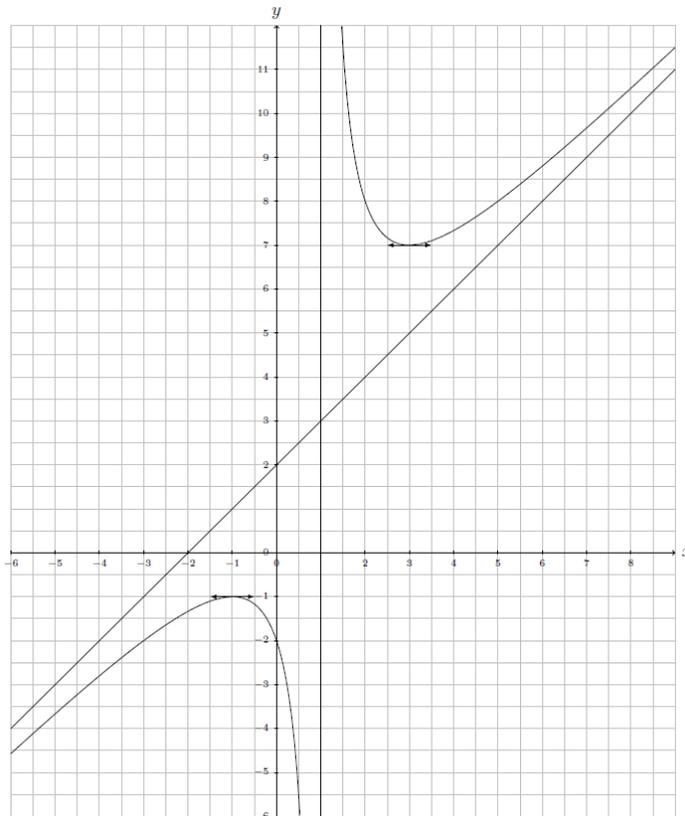
- 1) Déterminer les images des points A, B, C, D et O par la rotation r .
- 2) Construis le point E tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct.
- 3) On note G le barycentre des points pondérés $(A; 2); (B; 1)$ et $(E; 1)$ et I le milieu du segment $[BE]$.
 - a) Montrer que le point G est le milieu du segment $[AI]$.

- b) Montrer que $AI^2 = \frac{27}{4}$.
- c) (τ) est l'ensemble des points M du plan tel que $AM^2 + IM^2 = \frac{27}{4}$.
- Montrer que pour tout point M du plan on a : $AM^2 + IM^2 = 2GM^2 + \frac{AI^2}{2}$.
 - Déterminer et construire l'ensemble (τ) .

PROBLEME

Le problème comporte deux parties A et B

- A) La courbe (τ) , ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction numérique f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.



- I) Par lecture graphique :
- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f ainsi les limites en $-\infty, +\infty, 1^-$ et 1^+ .
 - Préciser le sens de variation de f .
 - Résoudre dans \mathbb{R} , les inéquations :
 - $f(x) < 0$;
 - $f(x) > 0$.
 - Déterminer $f(-1)$; $f(0)$; $f'(-1)$; où f' est la fonction dérivée de f .
 - Dresser le tableau de variation de f .

II) On suppose que pour tout réel $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a, b et c sont 3 réels.

- En utilisant la question 1-4), montrer que les réels a, b et c vérifient le système :

$$\begin{cases} 2a - 2b + c = 2 \\ b - c = -2 \\ 4a - c = 0 \end{cases}.$$

2- Choisir la lettre correspondant à la bonne réponse :

Le triplet (a, b, c) est égal à :

a) $(-2; 1; 8)$; b) $(-2; -4; -2)$; c) $(1; 2; 4)$; d) $(0; -1; 0)$.

B) 1- On considère la suite (w_n) définie par $w_{n+1} = b(c)^n + bn + a$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $U_n = b(c)^n$ et $V_n = bn + a$ où a, b et c sont les réels de la partie A-II)

2- Montrer que pour tout entier naturel n, $W_{n+1} = 2^{2n+1}$.

3- On pose $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$; $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et

$T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

a) Exprimer S_n puis S'_n en fonction de n.

b) En déduire T_n en fonction de n.

II-1) Vérifier que a est une solution de l'équation : $2x^2 - (2 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$.

1) En utilisant la somme des solutions de cette équation, montrer que l'autre solution est :

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ et en déduire dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$, l'ensemble solutions de l'

équation : $2\sin^2x - (2 - \sqrt{2})\sinx - \sqrt{2} = 0$.