Mathématiques

PROBATOIRE Série D Session 2007

Exercice 1

Les notes des élèves d'une classe de 1^{er} D, réparties suivant leur performance au cours d'une évaluation , sont représentées dans le tableau ci-dessous :

Notes	$[0\,;\,2[$	$[2\,;\,4[$	$[4\,;\,6[$	$[6\,;\,8[$	$[8\,;\,10[$	$[10\,;\,12[$
Effectifs	19	21	15	25	8	7

N.B : On donnera les valeurs approchées des résultats à 10^{-2} près par excès.

1. Déterminer la classe modale de cette série statistique.

2. Construire l'histogramme des effectifs.

3. Donner son mode, sa moyenne et sa médiane.

4. Calculer la variance et l'écart-type.

Exercice 2

On donne $= \sqrt{1+\frac{\sqrt{7}}{4}} - \sqrt{1-\frac{\sqrt{7}}{4}}$.

1. Donner le signe de α et calculer α^2.
2. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$, l'équation $cos^2 2x = \frac{1}{2}$.
3. Construire les points images des solutions trouvées sur le cercle trigonométrique.

Problème

Partie A :

f est la fonction numérique d'une variable réelle x définie par $f(x) = \frac{10\,000-x^2}{2}$.

C_f est sa courbe représentative dans le repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

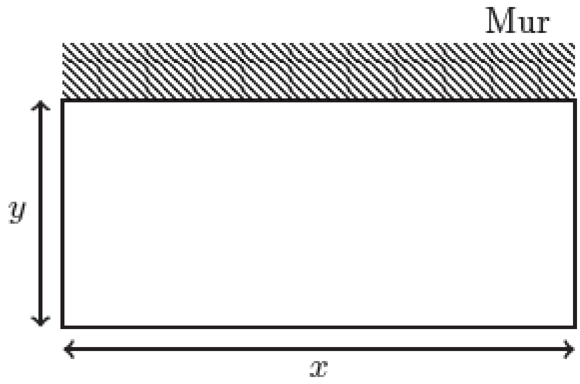
On prend 1cm pour 50 sur l'axe des abscisses et 1cm pour 1 000 sur l'axe des ordonnées.

1. Etudier les variations de f sur $[-100; 100]$ et dresser son tableau de variations.
2. Construire la courbe C_f pour les abscisses appartenant à l'intervalle $[-100; 100]$.
3. Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par $g(x) = f(x) + 1000$.
   Tracer la courbe C_g de g dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

(On indiquera le programme de construction de C_g à partir de C_f).

Partie B :

Un industriel utilise le mur d'une construction pour clore un terrain rectangulaire. (Voir figure ci-dessous).



Il dispose d'une clôture de 200m et il veut que l'aire de l'enclos soit la plus grande possible.

1. (a) Montrer que $y = 100 - \frac{x}{2}$ et calculer l'aire A pour les valeurs suivantes de x: $50;\ 80;\ 100$ et 120.
   (b) Calculer l'aire A en fonction de x.

2. On pose $x = 100 + h$.

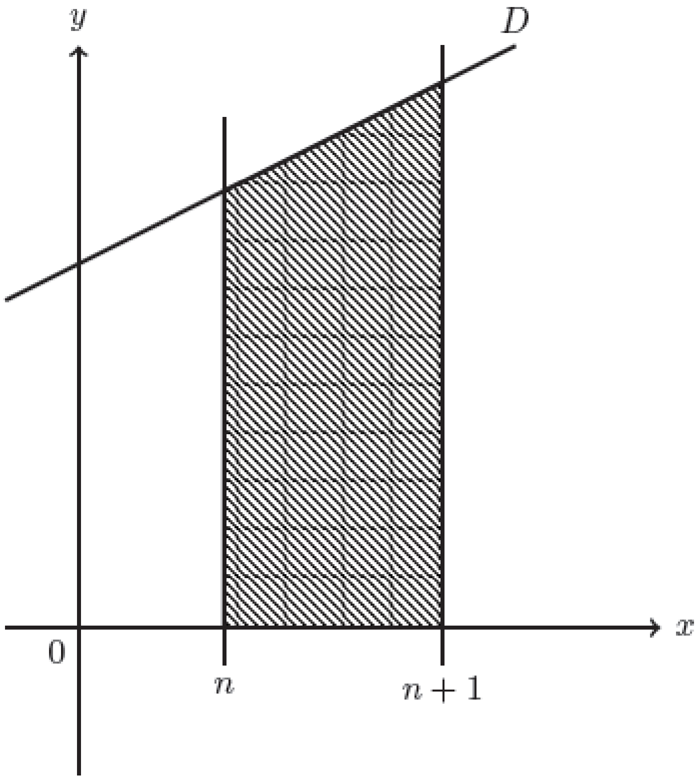
   (a) Montrer que $|h| < 100$.

   (b) Démontrer que $A = \frac{10\,000 - h^2}{2}$.

3. En déduire la valeur maximale de A.

4. Quelles sont alors les dimensions de l'enclos ?

Partie C :



(D)est la droite d'équation $y = \frac{x}{2} + 5$; u_n est l'aire du domaine hachuré représenté sur la figure ci-dessus , où n est un entier naturel.

1. Montrer que $u_n = \frac{n}{2} + \frac{21}{4}$.

Montrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.