Mathématiques

PROBATOIRE Série D Session 2009

Exercice 1

Un bureau de vote a classé l'âge de ses électeurs selon le tableau ci-après.

Ages en années	[20 ;25[	[25 ;30[	[30 ;35[	[35 ;40[	[40 ;45[	[45 ;50[
Effectifs	3	8	10	10	7	2

1. Quel est l'effectif de ce bureau de vote ?
2. Reprendre le tableau et faire ressortir les centres des classes avec leurs effectifs cumul és croissants.
3. Construire le polygone des effectifs cumul és croissants.
4. Donner une estimation du nombre d'électeurs de ce bureau qui ont moins de 40 ans.
5. Calculer la moyenne et la médiane de cette série statistique.

Exercice 2

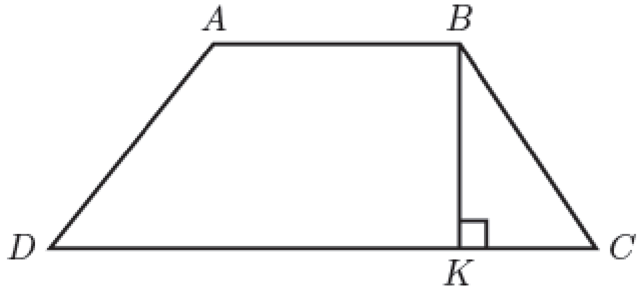
A- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} 584x + 558y + 365z = 201\,800 \\ x + y + z = 380 \\ y - z - 20 = 0 \end{cases}$

2) Un commerçant remplit chaque semaine trois fûts contenant respectivement du super (essence), de gasoil et de pétrole lampant pour un montant total de 201 800 F ; le fût de gasoil contient 20 litres de plus que celui de pétrole lampant et la capacité totale de ces trois fûts est de 380 litres.

Trouver la capacité de chacun de ces trois fûts sachant qu'un litre de super coûte 584 F, un litre de gasoil 558 F et un litre de pétrole 365 F.

B- L'unité de longueur est le cm, on considère le trapèze $ABCD$. On donne $CK = a$; $KD = 42$; $AB = 2a$ et $mes\widehat{BCD} = 45°$.

Trouver a pour que l'aire du trapèze soit égale 180 cm^2.



Problème

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par $f(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$.

(C_f) désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. (a) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   (b) En déduire que (C_f) admet deux asymptotes.

2. (a) Etudier les variations de f.

   (b) Dresser le tableau de variations de f.

   (c) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes.

3. Tracer (C_f) ainsi que ses asymptotes.

4. Soit h la fonction définie par $h(x) = f(x) - 2$.

   (a) Vérifier que h a le même sens de variation de f.

   (b) Dresser le tableau de variation de h.

   (c) Déterminer le vecteur de translation qui permet de passer de la courbe (C_f) à la courbe de h.

5. Montrer que le point $\Omega(2; 1)$ est centre de symétrie pour la courbe (C_f).

Partie B :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{u},\vec{v})$, on considère le cercle (C) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. T est le point de coordonnées $(3\,;4)$.

1. (a) Déterminer les coordonnées du centre K du cercle (C) et son rayon.
   (b) Tracer le cercle (C) et placer le point T dans le repère $(O\,;\vec{u},\vec{v})$.

2. On mène du point T, les deux tangentes au cercle (C) et on note A_1; A_2 les points de contact de ces tangentes avec (C).

   (a) Montrer que les points A_1 et A_2 appartiennent au cercle (C') de diamètre $[KT]$, puis construire (C').

   (b) Donner une équation cartésienne de (C').