Mathématiques

PROBATOIRE Série D Session 2010

Exercice 1 :

I- A et B sont deux points distincts du plan tels que $AB = 9$cm. Soit K le point défini par $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et M un point quelconque du plan.

1) Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$.
2) Déduire que $2MA^2 + MB^2 = 3MK^2 + \frac{2}{3}AB^2$.
3) Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que $2MA^2 + MB^2 = 81$.

II - 1) Démontrer que $cos\ 3x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$.

2) Résoudre dans $[0\ ; \pi[$ l'équation $\cos 3x + \sin 3x = 1$.

3) Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométrique.

Exercice 2

On note $U_0 = 200\ 000$Fcfa le bénéfice d'un entrepreneur au mois de janvier 2000. Le bénéfice d'un mois donné s'obtient en multipliant celui du mois précédent par 1,05.

1. Calculer les bénéfices après deux mois.
2. Si U_n désigne le bénéfice après n mois, quelle est la nature de la suite (U_n) ? Justifier.
3. On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.
   (a) Exprimer S_n en fonction de n.
   (b) Quel était le bénéfice de l'entrepreneur à la fin de l'année 2000 ?

Problème

Partie A :

Dans une classe de 50 élèves, dont 15 sont nés en 1993, 20 sont nés en 1992, 10 sont nés en 1991 et 5 sont nés en 1990. On choisit au hasard et simultanément 5 élèves de cette classe. Tous les élèves ont la même chance d'être choisis.

1. Déterminer :
   (a) Le nombre de chois possibles.
   (b) Le nombre de choix où les 5 élèves ont le même âge.
   (c) Le nombre de choix où les 4 élèves ont exactement le même âge.

2. Les 50 élèves ci-dessus sont candidats à un examen noté sur 100. Après les résultats, on obtient le tableau ci-dessous :

Notes	[0 ;20[	[20 ;40[	[40 ;60[	[60 ;80[	[80 ;100[
Effectifs	4	6	25	5	10

(a) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.
(b) Par lecture graphique, déterminer un encadrement d'amplitude 10 de la note médiane de cette série.
(c) Calculer à 10^{-3} près par défaut la moyenne et l'écart-type de cette série.

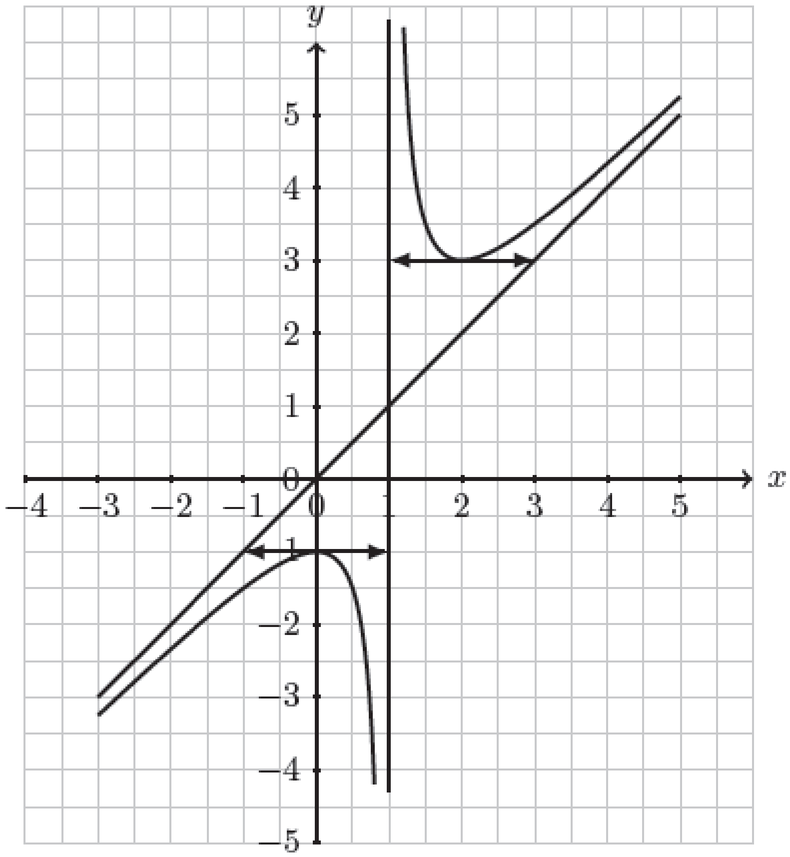
Partie B :

La courbe (C_f) ci-dessous représente une fonction numérique f dans le repère orthonormé (O ;$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1. (a) Déterminer par conjecture, l'ensemble D_f de définition de f.
(b) Déterminer par conjecture les limites de f aux bornes de D_f.
(c) Dresser le tableau de variation de f.
(d) Déterminer une équation cartésienne de chacune des asymptotes à C_f.
(e) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Equation ou inéquation	$f(x) < 1$	$f(x) = 0$	$f(x) \geq 1$
Ensemble des solutions	$S_1 =$	$S_2 =$	$S_3 =$

2. La fonction f est définie pour tout x appartenant à D_f par : $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$.
(a) Déterminer les réels a, b et c.
(b) Montrer que le point $\Omega(1\,;1)$ est le centre de symétrie de C_f.


y
x
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5