

Mathématiques

PROBATOIRE Série D

Session 2005



Exercice 1

- Montrer que $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$.
- On considère l'équation $(E) : 4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \sin x - \sqrt{6} = 0$.
Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation (E) .
- (a) Placer les points du cercle trigonométrique, images des solutions de l'équation (E) .
Unité : 3cm.
- (b) Quelle est la nature du polygone obtenu ?
- (a) Calculer la valeur exacte de l'aire de ce polygone.

Exercice 2

On effectue des essais sur un échantillon de 220 lampes électriques afin de tester leur durée de vie. Cette durée est exprimée en heures. Les résultats sont regroupés par classes d'amplitude égale à 100 heures dans le tableau suivant :

D.s : Durées en millier.

F.C.C : Fréquences cumulées croissantes.

D.s	[1,1 ; 1,2[	[1,2 ; 1,3[	[1,3 ; 1,4[	[1,4 ; 1,5[	[1,5 ; 1,6[	[1,6 ; 1,7[	[1,7 ; 1,8[	[1,8 ; 1,9[
Effectifs	6	14	25	75	80	10	8	2
F.C.C								

On regroupe que la répartition est uniforme à l'intérieur de chaque classe.

- (a) Tracer l'histogramme de cette série.
(b) Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
(c) Calculer la valeur approchée de la médiane à 10^{-1} près par défaut.
- (a) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes de cette série.
(b) Calculer les troncatures d'ordre 1 de la moyenne $\bar{x}$ et de l'écart-type σ de la série.
- Quel est le pourcentage de lampes dont la durée de vie est dans $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.
- Un autre lot de lampes électriques de même puissance provenant d'un autre fabricant est également testé. La moyenne de durée de vie est de 140 h et l'écart-type de 140 h.

Quel est celui des deux lots qui vous semble être meilleur ?

Problème**Partie A :**

Dans le plan orienté, on considère le rectangle direct $ABCD$ tel que $AB = a$ et $AD = b$. O est le centre du rectangle $ABCD$.

1. Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4OM^2 + h$, où h est un réel que l'on déterminera en fonction de a et b .
2. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = k$, où k est un réel.
Déterminer suivant les valeurs du réel k la nature de (Γ) .
3. (a) Pour quelle de k (Γ) est le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$.
(b) Tracer (Γ) pour $a = 3, b = 4$ et $k = 50$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = 1 - \frac{2}{x-1}$.

Soit C_f la courbe représentative de f et (H) la courbe d'équation $y = \frac{-2}{x}$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer par ses coordonnées le vecteur de translation qui transforme (H) en C_f .
2. Construire (H) et C_f dans le même repère.
3. Sans avoir étudié les variations de f , dresser le tableau de variations de la fonction f .
4. Déterminer graphiquement :
 - (a) L'abscisse du point I , intersection de C_f et de l'axe des abscisses.
 - (b) Les solutions de l'équation $f(x) = \frac{-2}{x}$.
5. (a) Vérifier que pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, on a : $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$.
(b) Retrouver algébriquement l'abscisse de I .
6. (a) Dédire des résultats précédents, l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) \geq 0$.
(b) Tracer la courbe de la fonction h définie par : $h(x) = |f(x)|$ dans le même repère orthonormé.
7. Soit un réel k ; déterminer en fonction de k le nombre et le signe des solutions de l'équation $h(x) = k$.